

TITRES
ET
TRAVAUX SCIENTIFIQUES

de

MARCEL-PAUL SCHÜTZENBERGER

Né à PARIS le 24 Octobre 1920

TITRES UNIVERSITAIRES

Certificat d'études physiques, chimiques et biologiques

Ecole de Médecine -Tours-Juin 1939

Certificat d'études supérieures de calcul différentiel

Faculté des Sciences-Poitiers-Juillet 1941

Certificat d'études supérieures de calcul des probabilités (option statistique)

Faculté des Sciences -Paris-Juillet 1941

Certificat d'études supérieures de mécanique rationnelle

Faculté des Sciences -Paris-Juin 1948

Doctorat en Médecine (Etat) "Contribution à l'étude statistique du sexe à la naissance"

Faculté de Médecine -Paris-Juin 1948

Certificat d'études supérieures de mathématiques générales

Faculté des Sciences -Paris-Octobre 1948

Doctorat es-Sciences mathématiques -"Contribution aux applications de la théorie de l'information"

Faculté des Sciences-Paris-Juin 1953

Inscription sur la liste d'aptitude à l'Enseignement Supérieur

Novembre 1953

F O N C T I O N S

Externe des Hôpitaux de Tours (Indre et Loire) 1939-1941

Interne à l'Hôpital psychiatrique de Blois (Loir et Cher) 1941-1943

Interne à l'Hôpital psychiatrique d'Yzeure (Allier) 1943-1944

Conseiller Technique au Ministère de l'Air-1945-1947

Attaché de recherches à l'Institut National d'Hygiène-1948-1950

Attaché de consultation au Centre de génétique de l'Hôpital
St.Louis -Paris-1948-1954

Chargé de recherches à l'Institut National d'Hygiène 1950-1953

Biostatisticien consultant à l'Organisation Mondiale de la Santé
1951-1952 et 1953-1954

Attaché de recherches au Centre National de la Recherche Scientifique 1954

Chargé de recherches au Centre National de la Recherche Scientifique 1955

Research Associate au Massachusetts Institute of Technology 1956

ENSEIGNEMENTS UNIVERSITAIRES

Cours annexe de statistique mathématique

rattaché aux chaires de biologie de la Faculté des Sciences
Poitiers 1950-1951

Cours annexe de mathématiques appliquées à la biologie

rattaché aux chaires de biologie de la Faculté des Sciences
Poitiers: 1952-1953, 1954-1955, 1955-1956

Cours de statistique mathématique

à l'intention des chercheurs du fonds d'étude de la Société Médicale
des Hôpitaux de Paris, rattaché à la chaire de thérapeutique de la
Faculté de Médecine
Paris 1952-1953

Cours de statistique mathématique

rattaché à la chaire de physiologie de la Faculté de Médecine
Nancy 1954-1955

Cours de statistique et probabilités

dans le cycle de l'enseignement technique préparatoire à la recherche,
organisé par le Centre National de la Recherche Scientifique à la
Faculté des Sciences
Paris 1955-1956

TITRES HONORIFIQUES

Lauréat de l'Académie Nationale de Médecine
Prix du Baron LARREY - 1949

Lauréat du Fonds d'Etude
de la
Société Médicale des Hôpitaux de Paris
de 1948 à 1953

o
o o

TITRES MILITAIRES

Agent P1 du Réseau "Turma Vengeance"
durant l'occupation allemande

SOCIETES SAVANTES

Société mathématique de France 1946

Société de statistique de Paris 1947

International Biometric Society 1948

Institut international de statistique 1955

American Mathematical Society 1956

Société française de recherche opérationnelle 1956

Association internationale de cybernétique 1957

FORMATION SCIENTIFIQUE

et

ORIENTATION GENERALE DES RECHERCHES

On a souvent commenté les relations existant entre les différentes sciences de la nature et les branches de la mathématique qui leur sont plus spécialement associées. Pendant que le mathématicien "pur" s'efforce d'unifier les concepts et de dégager les principes généraux, le mathématicien "appliqué" que guide une intuition plus concrète, lui fournit comme une matière brute ou semi-ouvrée de nouveaux problèmes et de nouvelles techniques de solution. En même temps il emprunte au premier ses résultats abstraits pour les spécialiser et les approfondir.

L'exemple le plus connu de ce mouvement d'échange est sans doute celui qu'offre le calcul des probabilités. Des énoncés aussi élégants et aussi profonds que ceux qui s'ordonnent autour du théorème limite de la loi de LAPLACE GAUSS ne seraient vraisemblablement pas nés de la seule méditation sur les fonctions de variable réelle à variation bornée. A l'inverse bien peu des applications -même industrielles- des probabilités sont indépendantes des notions

analytiques complexes qu'introduit la transformation de FOURIER.

Il va sans dire que cette opposition qui est en même temps un enrichissement mutuel entre mathématiques "pures" et mathématiques "appliquées" ne se définit que de façon relative en partie historiquement contingente. Nous voudrions néanmoins en souligner ici l'importance puisqu'il faut un préambule pro domo à l'exposé d'une vocation qui nous a fait alternativement poursuivre des recherches aux deux extrêmes d'un arc sous tendu par la statistique mathématique, entre expérimentation biologique et algèbre abstraite.

Malgré des temps qui incitaient plus souvent à des activités clandestines qu'à des études académiques, j'avais en 1944 achevé pour l'essentiel mes études médicales et mathématiques élémentaires: certificat de calcul différentiel et intégral à Poitiers avec M. le Professeur Th. GOT, de probabilité à Paris avec M. le Professeur M. FRECHET, études d'algèbres abstraites avec M. le Professeur A. CHATELET mon premier Maître, qui m'initia à la théorie des treillis bien peu connus encore en France à l'époque.

Une conjonction de raisons d'ordres divers me contraignit à abandonner provisoirement ces travaux pour établir et diriger une section statistique au Ministère de l'Air auprès du service de sélection et d'orientation psychométrique que j'avais contribué à fonder. Qu'il suffise ici de dire que pendant les années suivantes j'appliquais ces "mathématiques de la psychologie" suivant le mot du Professeur G. DARMOIS sous leur forme la plus pratique: les machines à calculer étaient encore rares, la main-d'oeuvre, féminine et militaire à la fois, était arithmétiquement analphabète. J'y gagnais l'expérience de la statistique appliquée à des problèmes variés et appris à remplacer dans la mesure du possible les longs calculs par des méthodes expéditives souvent aussi efficaces quand le problème est correctement posé.

Dès 1947 commença une collaboration bien modeste pour ma part avec mon Maître et ami le Professeur P.GAVAUDAN que passionnait les rapports entre la thermodynamique et les problèmes fondamentaux de la narcose et de l'excitation cellulaire.

Depuis cette époque je fus conduit à donner des conseils de statistique dans divers domaines, en particulier en génétique des mammifères.

En mesure, enfin, d'achever formellement mes études médicales, je soutins en 1948 une thèse de Doctorat en Médecine intitulée "contribution à l'étude statistique du sexe à la naissance" dans laquelle j'envisageais le problème de la corrélation entre le sexe des enfants successifs dans les familles nombreuses. Pour ce travail, l'Académie Nationale de Médecine me décerna en 1949 le Prix du Baron LARREY.

En 1948, je fus tout à la fois nommé attaché de recherches à l'Institut National d'Hygiène (chargé de recherches en 1950) et assistant de consultation au Centre de génétique de l'Hôpital St.LOUIS à Paris où je travaillais déjà sous la direction de son chef le Professeur Raymond TURPIN. Celui-ci convaincu de l'importance et de l'avenir de l'application à la biologie des règles et méthodes de la statistique mathématique avait inspiré ma thèse dont il avait présidé la soutenance; m'avait incité à poursuivre les recherches déjà amorcées et associé à ses travaux de génétique humaine. Il me confia le soin de diriger les thèses de Doctorat en Médecine de Madame DEROCHE, Madame PRONQUE-LEVINET, et M.LEJEUNE, consacrées notamment au sexe des jumeaux et à l'intervalle séparant la naissance. Dès 1948 et pendant quelques années j'eus l'honneur d'être Lauréat du fonds d'études de la Société Médicale des Hôpitaux de Paris.

En 1950 le Professeur R.TURPIN me chargea dans le cadre de sa chaire de thérapeutique de la Faculté de Médecine de Paris de donner une série de cours de statistique mathématique particulièrement destinés aux chercheurs de fonds d'études de la Société Médicale des Hôpitaux de Paris, et en 1954 le Doyen Jacques PARISOT accueillit avec faveur la proposition du Professeur FRANCK de me confier semblable enseignement dans le cadre de la chaire de physiologie de la Faculté de Médecine de Nancy.

Enfin depuis 1950 et pendant quelques années le Professeur P.GAVAUDAN me demanda d'assurer une heure annuelle de statistique mathématique appliquée à la biologie à l'intention des étudiants en sciences naturelles de la Faculté des Sciences de Poitiers.

En 1951 l'Organisation Mondiale de la Santé me chargea d'une mission en Asie du Sud Est. Il s'agissait essentiellement de mettre en ordre et d'extraire le maximum d'information des documents accumulés par plusieurs projets d'Hygiène publique dirigés par les Nations Unies: lutte contre le pian en Indonésie et Thaïlande, campagne antivénérienne en Birmanie.

J'y retrouvais à une autre échelle des problèmes analogues à ceux du Ministère de l'Air et exigeant comme eux la combinaison de patience administrative avec l'emploi de techniques statistiques mathématiques compliquées pour remplacer les opérations élémentaires trop longues.

Depuis la parution de l'ouvrage de C.SHANNON en 1944, la théorie de l'information m'avait vivement intéressé comme offrant un nouveau type de problèmes en calcul des probabilités. J'avais obtenu divers résultats nouveaux sur ce sujet en y appliquant des méthodes algébriques et en comparant certains énoncés à d'autres relevant de la statistique mathématique.

De retour en France en 1952 je coordonnais ces recherches et aidé par les encouragements et les conseils du Professeur G.DARMOIS je soutins en 1953 une thèse de Doctorat es-Sciences mathématique intitulée : "Contribution aux applications statistiques de la théorie de l'information!"

Rappelé dès l'automne par l'Organisation Mondiale de la Santé je passais l'année 1953-1954 en Indonésie, comme biostatisticien consultant et y organisais, je crois, la première enquête démographique par sondage de la population du centre de Java.

Admis en 1954 au Centre National de la Recherche Scientifique, je pus enfin consacrer la totalité de mon temps à la recherche mathématique.

A la demande du Professeur G.DARMOIS et dans le cadre de la chaire de probabilités j'organisais en 1954 avec B.MANDELBROT un séminaire sur la théorie de l'information et en 1955 avec C.BERGE un séminaire consacré aux méthodes algébriques de la cybernétique.

En 1956, le Massachussets Institute of Technology m'invita à séjourner comme "associé de recherches " à Cambridge.

EXPOSE DES TRAVAUX

Pour la clarté de l'exposition, je diviserai ceux ci en trois parties:

- I°) TRAVAUX MATHEMATIQUES
- II°) APPLICATIONS
- III°) TRAVAUX D'EXPOSITION ET DIVERS.

En outre pour la première partie, je mettrai à part (page 19) un ensemble de recherches en cours depuis déjà quelques années et dont la publication est encore fragmentaire; leur exposé constitue en même temps un programme de recherche.

I°) TRAVAUX MATHEMATIQUES

1°)- ALGEBRE

Mes premiers travaux, sous la direction du Professeur A. CHATELET, ont porté sur les treillis ou "structures" selon la terminologie de O.ORE. Parmi eux une classe spécialement importante -puisque'elle contient en particulier les géométries projectives et les idéaux d'un anneau- est celle des

treillis modulaires et, plutôt que d'entrer dans le détail des publications, je résumerai ici l'essentiel d'un travail récent (82, 84) qui complète de nombreuses notes antérieures (1, 2, 3, 8, 24).

Comme il est classique, étant donnée une forme bilinéaire $f(x, y)$ hermitienne sur un espace vectoriel V , il existe une correspondance biunivoque entre certains sous espaces: V_1 phi V_2 , (V_1 et V_2 sont "conjugués" ou "orthogonaux") si

$$1^\circ) \quad f(x, y) = 0 \text{ pour tout } x \text{ dans } V_1 \text{ et } y \text{ dans } V_2$$

$$2^\circ) \quad V_1 \text{ et } V_2 \text{ sont, l'un par rapport à l'autre maximum}$$

avec cette propriété.

Le problème que je me suis posé, selon une indication de G. BIRKHOFF dans son ouvrage "Lattice Theory" est de réaliser la construction inverse:

Partant d'un ensemble abstrait V , se donner une relation phi adéquate entre éléments de V de telle sorte que V devienne équivalent à un espace vectoriel et que l'on en puisse déduire les propriétés les plus importantes sans faire appel à celles du corps de base.

J'ai réussi à montrer que cette construction est possible si l'on postule seulement que phi a les propriétés suivantes:

$$1^\circ) \quad \text{phi est symétrique}$$

$$2^\circ) \quad \text{si } x \text{ phi } y \text{ (et } x \neq y \text{) il existe pour tout } z \text{ dans } V$$

un et un seul t tel que d'une part z phi t , d'autre part l'ensemble des conjugués de t contient tous les autres vecteurs conjugués à la fois à x et à y .

Concrètement ceci revient à exiger que x et y étant deux vecteurs conjugués, le plan $x + y$ soit coupé en un vecteur t par l'espace conjugué de z .

Je souligne le mot conjugué parce que cette restriction -si elle complique singulièrement les démonstrations- permet d'inclure dans la définition des

objets plus généraux que les espaces vectoriels classiques: Ainsi l'ensemble formé par les seuls éléments auto conjugués (tels que $f(x, x) = 0$) d'un espace vectoriel rentre dans la définition.

Le résultat le plus frappant de la théorie est que, ces seuls éléments autoconjugués étant donnés, il est possible de reconstruire tout l'espace à partir d'eux. Ceci évidemment moyennant des hypothèses d'un caractère inévitable sur les dimensions du système considéré.

Un autre aspect intéressant est que ces structures tout comme les espaces classiques ne sont des treillis modulaires que si leur dimension est finie.

Je mentionne encore parmi les publications consacrées aux treillis et d'un caractère purement algébrique:

(61) qui donne la solution (et la généralisation) du problème 29 de G. BIRKHOFF.

(80) dans lequel on fournit sous une forme explicite des conditions nécessaires et suffisantes pour qu'un treillis modulaire soit tel que toute géométrie projective en soit une image homomorphe.

(3) qui formule pour la première fois une identité de nature strictement algébrique caractérisant les treillis de géométrie projective arguesienne.

D'autres publications relatives aux treillis seront évoquées plus loin.

2°)- CALCUL DES PROBABILITES ET STATISTIQUE

La liste des travaux donnés en annexe contient les titres de publications diverses consacrées à des problèmes de statistique mathématiques plus ou moins inspirés par des recherches appliquées: (7) (14) (17) (18) (59). Je mets à part (88) qui résulte de ma collaboration avec C. BERGE lors du séminaire sur les "méthodes de la cybernétique" que M. le Professeur G. DARMOIS

nous avait demandé d'organiser, en 1955-1956. Depuis cette note, nous avons sensiblement développé la question et un article d'ensemble sur certains aspects de la théorie extensive des jeux et leur application au problème des "solutions" (au sens de Von NEUMANN) des jeux de coalition est en cours de rédaction.

Je voudrais souligner plus particulièrement les travaux (32) et (52) qui établissent curieusement un lien entre les études précédentes sur les géométries prospectives et la théorie du codage dont on parlera plus loin.

Les "block designs" introduits par R. YALE et R. A. FISHER en statistique sont comme l'on sait des schémas expérimentaux dont les propriétés combinatoires sont telles, qu'une régularité préside au choix des essais, que des comparaisons valables puissent être établies sans que l'on ait à soumettre toutes les variantes d'une série d'objets à toutes les variantes d'une série d'expériences.

Etant donnés les nombres de variantes, diverses conditions diophantiennes assez immédiates limitent les schémas possibles et le problème de construire ceux-ci est -comme l'on voit- du même ordre que les problèmes célèbres "des rondes d'enfants", des triples de STEINER, ou des géométries finies non arguesiennes.

Par une méthode très simple j'ai réussi (32) à formuler la première condition non triviale connue qui permette de prédire la non-existence d'une infinité de tels schémas qui par ailleurs étaient à priori possibles.

Dans un autre travail (52) j'ai à l'inverse, indiqué une méthode de construction pour une nouvelle série infinie de semblables schémas qui se rattachent étroitement à certaines "matrices d'HADAMARD".

Enfin (72) j'ai signalé et étudié l'application possible des blocks designs aux problèmes de communication dont il va être traité maintenant.

3°)- THEORIE DE L'INFORMATION.

Depuis que les fondements en ont été assurés par les travaux de KHINTCHIN, KOLMOGOROFF et WOLFOWITZ, la théorie de l'information de SHANNON est en passe de devenir part intégrante du calcul des probabilités.

On sait que schématiquement il s'agit du problème suivant:

Etant donné un processus aléatoire S (la "source" produisant les "messages") et une famille de distributions de probabilités conditionnelles $dF(y/x)$ (la "ligne de transmission"), il faut, sous diverses contraintes, assujettir à S le paramètre x dans $dF(y/x)$ ("coder" le message) de telle sorte qu'un observateur puisse "au mieux" déduire le comportement de S à partir de la seule connaissance de y . Très concrètement : S est usager du télégraphe; ses "messages" sont codés sous forme d'une série d'impulsions électriques x et $F(y/x)$ décrit stochastiquement l'effet des diverses perturbations affectant le signal reçu y avant qu'il atteigne son destinataire.

Deux étapes de raisonnement sont donc nécessaires qu'il vaut mieux d'ailleurs énoncer dans un ordre inverse de l'ordre naturel:

Le "décodage" (le mot est d'usage courant) qui est la procédure par laquelle le message initial est estimé à partir du signal reçu y .

Le "codage" qui prépare le message de telle sorte que les perturbations infligées par les aléas de la transmission $F(y/x)$ puissent être réduits au minimum.

Il est devenu clair aujourd'hui que le "décodage" n'est rien d'autre qu'une application particulière des méthodes de la statistique mathématique, comme B. MANDELBROT et moi-même l'avons souligné dès 1951. Par contre le "codage" fait l'originalité de la théorie.

A vrai dire; il est légitime de considérer (non point seulement

philosophiquement mais dans la matérialité des calculs) que certains schémas expérimentaux comme ceux évoqués plus haut sont déjà un "codage"; ils préparent les réponses, que nous voulons obtenir de la nature, à franchir le plus nettement cette ligne de transmission qu'est l'échantillonnage statistique.

Cependant une nouveauté certaine existe dans les communications tant par les possibilités qui sont incomparablement plus larges que par l'accent mis sur la nature de certaines des contraintes.

C'est l'exploitation de ces analogies et de ces différences entre théorie de l'information et statistique mathématique qui est l'essentiel de ma thèse.(73)

D'une part, en théorie de l'information, nous rencontrons une quantité formellement identique à une entropie à partir de laquelle des limites peuvent être fixées a priori à l'efficacité d'un processus de communication donné.

D'autre part, en statistique mathématique, nous trouvons des expressions (Information de FISHER, Information de WALD) formellement apparentées à la précédente et qui elles aussi limitent la précision ou la sécurité d'une expérimentation statistique donnée: c'est l'objet du théorème célèbre de M.FRECHET étendu par G.DARMOIS au cas de plusieurs variables, et du "théorème fondamental" de l'analyse séquentielle de A.WALD.

J'ai réussi à montrer que toutes ces expressions pouvaient être déduites d'un principe simple commun: soit X l'objet inconnu sur lequel porte notre investigation et qui peut a priori être à l'un quelconques des "états" possibles x_1, x_2, \dots, x_n avec les probabilités p_1, p_2, \dots, p_n .

Le "diagnostic" de X selon l'expression que J.VILLE et moi avons introduite (51) consiste en une suite d'observations concernant X de plus en plus près et finalement révélant son état dans l'épreuve considérée.

Une "information" sera une fonction $H(t)$ des probabilités p_i telle qu'à

un moment t de cette suite d'observation:

$H(t)$ ne dépende exclusivement que des probabilités p_i telles qu'elles ont été altérées par la connaissance du résultat des observations déjà faites.

La différence $H(0) - H(t)$ ne dépende que des observations effectuées jusqu'à l'instant t :

$H(t)$ est ainsi une sorte de "fonction guide" qui permet de situer à chaque instant le progrès réalisé et réalisable dans la détermination de l'état de X .

Ces simples conditions—qui doivent naturellement être formulées plus rigoureusement qu'ici— impliquent que H soit une certaine "valuation généralisée" (je reviendrai sur ce point) et que son expression formelle soit:

$H =$ somme étendue à tous les états x_i de: $p_i D \log p_i$

où D est un opérateur linéaire quelconque.

On retrouve bien ainsi les trois cas classiques:

L'entropie: c'est-à-dire l'information de HARTLEY-SHANNON quand D est une constante.

L'information de FISHER quand D est la dérivée seconde par rapport au paramètre inconnu s dont les p_i dépendent et que l'on veut estimer au moyen du diagnostic de X .

L'information de WALD quand D est l'opérateur : "valeur pour $s = s_0$ - valeur pour $s = s_1$ " et que l'expérience a pour but de choisir entre ces deux valeurs.

H ainsi défini établit donc un lien entre les trois grands chapitres:

Théories de la communication,
de l'estimation d'un paramètre,
du test d'une hypothèse.

Ceci permet d'énoncer simplement diverses notions fondamentales valides pour tous les cas: additivité des informations, exhaustivité au sens de G. DARMOIS, etc...

Plus important est le fait que cette approche oriente la recherche vers de nouveaux problèmes; je voudrais citer par exemple un résultat récent que j'ai présenté à la réunion annuelle de l'American Mathematical Society (Rochester, décembre 1956) : l'extension du théorème de M. FRECHET au cas de l'estimation de BAYES (c'est-à-dire au cas où la distribution a priori du paramètre à estimer est connue). Comme dans le cas usuel, la limite est atteinte si et seulement si les distributions (a priori et conditionnelles) sont des distributions de LAPLACE-GAUSS.

La notion de "valuation généralisée" évoquée plus haut est l'extension à des treillis en principe quelconques de la notion classique, qui n'a jamais encore été étudiée en dehors du cas des treillis modulaires.

Il s'agit -sommairement- d'une fonction numérique attachée aux éléments d'un treillis et dont le comportement reflète en partie la structure algébrique (par exemple la dimension ordinaire des espaces projectifs est une valuation du treillis modulaire qui leur correspond).

J'ai trouvé d'autres applications de cet outil (56, 70, 73, 2ème partie): si le treillis considéré est celui de toutes les partitions d'un ensemble on retrouve en particulier les distributions statistiques de la mécanique quantique, la fonction génératrice de certaines "statistiques d'ordre" que j'avais étudiées de par ailleurs (20) etc... Un des résultats de base est l'équivalent abstrait du principe de séparation des variables.

4°)- THEORIE DES DEMI-GROUPES ET DES EVENEMENTS RECURRENTS.

L'exposé qui précède a peut être contribué à montrer l'emploi de méthodes algébriques abstraites pour des problèmes précis de calcul des probabilités.

Depuis deux ans environ j'ai eu l'occasion de développer cette approche à propos du problème suivant qui se rencontre dans de nombreuses applications du calcul des probabilités et qui constitue la généralisation aux demi-groupes de la théorie des groupes de permutations.

Représentations transitives des demi-groupes.

Soit A un système d' "états", a_1, a_2, \dots . Son demi-groupe d'opérations s_i , chacune d'elles caractérisée par le fait qu'elle transporte en $a_y = a_x s_i$ les particules situées en a_x .

Le problème a plusieurs aspects: étant donné le système (A, S) , que peut on dire des propriétés algébriques de S ? ou bien réciproquement étant données certaines particularités de S , quelles en sont les conséquences pour l'évolution du système (A, S) .

Enfin, supposant que les opérations S sont effectuées au hasard selon une loi de probabilité donnée quels sont les liens entre les caractéristiques algébriques de S et le comportement à long terme (ergodique) de (A, S) ?.

Dans un mémoire récent (à paraître aux Transactions de l'American Mathematical Society) j'ai indiqué comment déterminer quand S a des idéaux minimaux toutes les représentations transitives (A, S) et en particulier j'ai étudié en détail les représentations complètement transitives que R.R.STOLL n'avait traitées que dans le cas où S , fini, est identique à l'ensemble de ses idéaux minimaux.

Par "complètement transitive", j'entends ici une représentation telle que

pour toute paire d'états a_1, a_2 il existe au moins un l tel que $a_1s = a_2$. Ces représentations sont par exemple celles des opérations d'une chaîne de MARKHOFF discrète sur ce qu'on appelle une "classe minimale d'états récurrents"

Un problème intéressant que j'ai en partie résolu est de caractériser a priori les groupes S tels que ces "classes minimales" soient réduites à un état unique.

L'interprétation de cette condition et les premiers résultats que j'avais alors, ont été exposés en 1956 au séminaire du Professeur G.DARMOIS. Puis récemment (mars 1957) le Professeur HOTELLING m'a fait l'honneur de m'inviter à l'Institut de statistique de Chapell Hill pour y donner une conférence sur ce sujet que l'on pourrait appeler la théorie algébrique des événements récurrents. J'ai reçu la même invitation du Professeur J.WOLFOVITZ de Cornell University.

Un rôle important est joué dans ces questions par une nouvelle représentation des demi-groupes au moyen de certaines matrices à éléments dans un groupe que j'ai définie dans une note aux Comptes rendus (93). Je compte étudier ultérieurement les analogies qui peuvent exister entre cette représentation et la représentation dite monomiale des groupes.

Demi-groupes libres.

Le véritable problème dans certaines applications est cependant posé parfois de plus loin: les états a_i n'ont pas d'existence physique immédiate. Ils constituent seulement une description abstraite du système à un instant donné qui "résume exhaustivement", selon la notion de G.DARMOIS, tout ce qui dans le passé peut servir à prédire le futur.

Corrélativement, S peut être donné a priori comme l'ensemble de toutes les séquences possibles baties à partir de quelques opérations élémentaires: S dans ce cas est ce que l'on appelle un demi-groupe libre. Il s'agit alors,

en fonction des contraintes physiques, de construire une image homomorphe de S qui représente réellement l'évolution du système.

J'ai donc été amené à étudier les demi-groupes libres, sujet qui n'avait jusqu'ici jamais été abordé qu'incidemment par les algébristes et le résultat de ces recherches doit paraître dans le *Canadian Journal of Mathematics*.

Au contraire des groupes libres pour lesquels le théorème fameux de NIELSEN SCHREIER affirme que tous les sous-groupes sont libres, une condition (U) doit être satisfaite par un sous demi-groupe P d'un groupe libre pour qu'il soit libre lui-même.

U est remplie en particulier par les sous demi-groupes unitaires de P . DUBREIL et plus spécialement encore le noyau de tout homomorphisme d'un demi-groupe sur un groupe est un sous demi-groupe unitaire à gauche et à droite.

J'avais indiqué mes premiers résultats dans cette direction au séminaire d'algèbre du Professeur P. DUBREIL en 1955 puis au séminaire du Professeur G. BIRKHOFF à Harvard. J'ai été invité par les Professeurs A.H. CLIFFORD et A.D. WALLACE à donner une série de conférences (février-mars 1957) sur cette question à l'Université de Tulane, dont le département de mathématique s'est fait une spécialité de la théorie des demi-groupes.

Revenons aux représentations. Il est facile de voir que le sous demi-groupe laissant fixe un état est unitaire à droite; réciproquement, un sous demi-groupe unitaire d'un demi-groupe détermine univoquement une représentation transitive de celui-ci.

Je me suis posé le problème de trouver l'interprétation correspondante pour les demi-groupes satisfaisant la condition U et celle-ci est décrite dans une note récente aux Comptes rendus. Plutôt que d'entrer dans les détails techniques je préfère expliciter ici la signification physique de la

représentation utilisée: les "états" décrivent comme on l'a dit, tout ce qui dans le passé permet de prévoir le futur. On peut introduire des "co-états" jouant le même rôle pour un statisticien qui par la méthode de BAYES chercherait à déterminer les probabilités à posteriori des diverses configurations passées.

Les opérations du demi-groupe, les "transitions" agissant à la fois sur les états et les co-états établissent entre eux une correspondance multiple qui devient précisément l'objet abstrait auquel se rattachent naturellement les sous demi-groupes que nous envisageons. Dans cette représentation, la théorie des treillis réapparaît et j'ai pu utiliser divers résultats antérieurs (23 notamment).

Théorie du codage

Je conclurai cet exposé en mentionnant que les questions précédentes sont susceptibles d'applications aux problèmes de transmission de l'information.

Il existe un lien étroit entre les sous demi-groupes libres d'un demi-groupe libre et les séquences de symboles abstraits qui peuvent être choisis comme "mots" pour un code. L'étude des représentations complètement transitives est indispensable pour caractériser les "codes" dont la structure est telle qu'une faible perturbation n'altère pas irrémédiablement le décodage. J'ai donné un exposé systématique au Symposium sur la théorie de l'information en 1956 à Cambridge (Massachusetts) (96).

Plus importantes que les applications sont évidemment les méthodes générales de l'algèbre abstraite et du calcul des probabilités que je n'ai fait qu'utiliser mais dont j'espère avoir contribué dans une faible mesure personnelle, à illustrer la diversité et la fécondité.

Le Massachusetts Institute of Technology m'a demandé d'organiser un séminaire pendant le premier semestre de l'année scolaire 1956-1957 qui fournira aux participants une initiation systématique sur ces méthodes et tout particulièrement sur les demi-groupes.

II°) APPLICATIONS

Les titres des publications étant le plus souvent assez explicites par eux-mêmes, je crois pouvoir être plus bref ici.

Comme il apparait dans la liste en annexe, la plupart de ces travaux ont été écrits en collaboration. Je me bornerai donc à classer selon les équipes, dont j'ai été le collaborateur plus ou moins permanent en laissant de côté les applications isolées.

1°) PHARMACODYNAMIE

J'ai déjà dit que le Professeur P.GAVAUDAN avait voulu m'associer à ses travaux; ses théories sur la signification thermodynamique de certains phénomènes cellulaires sont bien connues. Les publications (9, 11, 12, 15, 16, 46, 62), se rattachent à l'activité de son laboratoire de Biologie cellulaire du Ministère de la Production industrielle (Centre d'études du Bouchet), puis de sa chaire de Botanique de la Faculté des Sciences de Poitiers.

II°) GENETIQUE ET PROGENETIQUE HUMAINE

Tous ces travaux effectués au Centre de génétique de l'Hôpital St Louis dirigé par le Professeur R.TURPIN: (13, 19, 21, 28, 33, 43, 48,

49, 50, 64), traitent du sujet abordé dans ma thèse de Médecine. Peut on déduire des documents accessibles (cette restriction est essentielle) sur la répartition du sexe des enfants d'une même famille l'existence de facteurs extragénétiques influençant cette répartition (probablement par l'influence d'une sélection in utero) ?. La réponse est oui: nous avons montré (43) que l'intervalle moyen entre enfants consécutifs de même sexe est plus court d'environ un mois que celui entre enfants de sexes différents. La différence est hautement significative et les autres recherches, sur les jumeaux notamment (48), confirment cette théorie.

(25, 29, 30, 65, 66, 75, 77) sont des applications pures et simples de méthodes statistiques classiques notamment à des problèmes de génétique humaine.

L'incontestable irrégularité de la manifestation du patrimoine héréditaire chez l'homme nous avait conduits dès 1950 à étudier systématiquement des facteurs pour lesquels le Professeur R. TURPIN a forgé le terme de "progénétique" et qui sont, par exemple l'âge de la mère, le rang de l'enfant etc.... Des travaux classiques, ceux de PENROSE au Galton Laboratory de Londres avec lequel j'avais moi même travaillé en 1949, montrent en effet leur rôle capital dans des tares congénitales telles la sténose du pylore, le mongolisme, ou des anomalies comme la gemmellité. (55) est une revue d'ensemble de cette question qui contient la réévaluation statistique éventuelle des travaux d'autres auteurs et des documents originaux (75).

III°) GENETIQUE

(40, 42, 44) sont des travaux en collaboration avec Mr. N. KOBOZIEFF à l'École Nationale Vétérinaire de Maisons -Alfort. Une partie de ceux-ci ont été publiés en détail par J. ADAM dans sa thèse de 1951.

IV°) CANCER

(57, 58, 69,) sont des applications des techniques statistiques à divers problèmes résultant d'une enquête permanente sur le cancer dirigée par le Professeur P.F.DENOIX, Directeur de l'Institut G.ROUSSY, sous les auspices de l'Institut National d'Hygiène.

V°) PSYCHIATRIE ET PSYCHOLOGIE

Les circonstances nées de l'occupation m'ont amené à seconder mon Père dans les Hôpitaux psychiatriques où il exerçait et à porter intérêt aux maladies mentales; ceci explique une certaine orientation de mes recherches avec mon Ami le Docteur H.DUCHENE, assistant de consultation comme moi au Centre de Génétique de l'Hôpital St.Louis; au cours de cette longue collaboration nous avons essayé d'appliquer les méthodes statistiques à l'éclaircissement de certains aspects sociaux de la psychiatrie (41, 67).

Une autre application encore avec H.DUCHENE a été publiée dans (35, 36, 38, 45). C'est sur elle que je voudrais conclure quoique l'objet en soit devenu heureusement bien mince. Dans ce travail nous avons employé des techniques statistiques simples mais rigoureuses pour décider de la validité d'une théorie.

Une certaine expérience m'a convaincu de la stérilité fréquente des recherches en biologie, en médecine ou dans les sciences humaines qui dépendent trop exclusivement de la statistique. En l'absence de théorie -ou tout au moins d'hypothèses- aucune enquête ni aucune expérimentation statistique ne fera apparaître le phénomène qualitatif qui le plus souvent est le seul qui importe. En revanche, et précisément parce que son caractère est ancillaire, la statistique -j'entends la théorie mathématique de la statistique telle qu'elle a été dégagée depuis ces dernières années- m'apparaît de plus en plus comme une aide indispensable dans ces mêmes recherches où l'interprétation des résultats

est obscurcie par une foule d'erreurs. Plus encore que les techniques de calcul, que l'on trouve toujours dans les manuels, l'important pour l'expérimentateur est de comprendre les démarches simples mais point évidentes par lesquelles il peut forcer la nature à communiquer avec lui.

III°) TRAVAUX D'EXPOSITION ET DIVERS

La briéveté est de mise en cette partie de mon exposé; il s'agit surtout d'articles, de communications la plupart en collaboration, de résumés de conférences traitant de sujets étudiés ailleurs et dont les titres dispensent, semble t-il de commentaires.

TRAVAUX MATHEMATIQUES

- 1 Sur la théorie des structures de DEDEKIND
C.R. Acad. Sci.(Paris)- 1943 -216- Pages 717-718
- 2 Sur les structures de DEDEKIND
C.R. Acad. Sci.(Paris)- 1944-218- Pages 818-819
- 3 Sur certains axiomes de la théorie des structures
C.R. Acad. Sci.(Paris)- 1945 -221- Pages 218-220
- 5 Remarques sur la notion de clivage dans les structures
algébriques et son application aux treillis.
C.R. Acad. Sci.(Paris)- 1947- 224- Pages 512-514
- 6 Sur certains treillis gauches
C.R. Acad. Sci. (Paris) -1947- 224- Pages 776-778
- 7 Remarques sur des relations d'ordre entre variables aléa-
toires indépendantes.
C.R. Acad. Sci. (Paris)- 1947 -224- Pages 878-880
- 8 Axiomatisation de la géométrie dans un complexe linéaire de
droites.
Rev. Sci.35° Année- Fasc 13 -N° 3278 -1er Août 1947
Pages 782-784.
- 0 Sur certains paramètres caractéristiques des systèmes d'événements compatibles et dépendants et leur application au calcul des cumulants de la répétition.
C.R. Acad. Sci. (Paris)- 1947 -225- Pages 277-278
- 4 Etude statistique d'un problème de sociométrie
Gallica Biologica Acta -Vol.1. Fasc.1- Mars 1948-
Pages 96-104
- 7 Remarques sur les relations aléatoires d'ordre et leur application à la psychologie.
Gallica Biologica Acta -Vol.1. Fasc.2- Avril 1948
Pages 191-204

- 18 An abac for the sample range
Psychometrica -Vol.13 -N°2- Juin 1948- Pages 95-97
- 20 Valeurs caractéristiques du coefficient de corrélation par rang
de KENDALL dans le cas général.
C.R. Acad. Sci. (Paris)-1948 -226- Pages 2122-2123
- 23 Sur certaines applications remarquables des treillis dans eux mêmes
C.R. Acad. Sci.(Paris)-1948 -227 -Pages 1008-1110
- 24 Sur l'extension des théorèmes de dualité aux treillis distributifs
non complémentés.
C.R. Acad. Sci.(Paris)-1949 -228- Pages 33-35
- 32 A non-Existence theorem for an infinite family of symmetrical block
désigns.
Ann.Eugen.(Camb.) N° 37-48 -1949- Vol.14 --Part 4--Pages
286-287
- 51 Les problèmes de diagnostic séquentiel avec Mr Jean VILLE
C.R. Acad. Sci.(Paris)-1951- 232 - Pages 206-207
- 52 An extension problem in the theory of incomplete block désigns.
J.Roy. statis.Soc.Séries B- (Methodological)
Vol.XIII -N°1 -1951- Pages 120-125
- 54 Sur les rapports entre la quantité d'information au sens de FISHER
et au sens de WIENER.
C.R. Acad. Sci.(Paris)-1951- 232- Pages 925 à 927
- 56 Une généralisation de la notion de valuation pour les treillis quel-
conques et son application aux distributions de la statistique quan-
tique.
C.R. Acad. Sci.(Paris)-1951- 232 - Pages 1805-1807
- 59 Sur certains problèmes d'estimation dans le cas de double échantillon-
nage avec Mr LAMOTTE
Biometrics -Vol.7- N° 3 Septembre 1951- Pages 275-282
- 61 Construction du treillis modulaire engendré par deux éléments et une
chaîne finie discrète.
C.R. Acad. Sci.(Paris)-1952- 235- Pages 926-928
- 70 Une interprétation de certaines solutions de l'équation fonctionnelle
 $F(X + y) = F(X)F(y)$
C.R. Acad. Sci.(Paris)-1953-236- Pages 352-353
- 71 Sur l'extension d'un groupe de permutations d'un ensemble fini à l'en-
semble des parties de celui-ci
C.R. Acad. Sci.(Paris)-1953-236- Pages 449-450
- 72 Remarques sur le problème du codage binaire
Publ.Inst.Statis.Univ. (Paris)- 1953- Vol.II-Fasc.1 et 2.Pages
125-128

- 73 Contribution aux applications statistiques de la théorie de l'information. 29
Thèse de Doctorat ès-sciences mathématiques.
Faculté des Sciences (Paris) 20 Juin 1953
- 74 Le problème des mots dans les treillis modulaires libres
C.R. Acad. Sci. (Paris)-1953- 237 - Pages 507-508
- 76 Remarques sur l'étude formelle de la consanguinité dans les populations monogames avec M. Raymond TURPIN.
Sem. Hôp. (Paris)-1953- N°76- Pages 3974-3978
- 79 Sur une définition combinatoire des espaces vectoriels classiques
C.R. Acad. Sci. (Paris)- 1954- 238 - Pages 2487-2488
- 80 Un treillis universel des géométries projectives.
C.R. Acad. Sci. (Paris)-1954- 239 - Pages 1754-1756
- 82 Théorie combinatoire des relations bilinéaires classiques
Bulletin des Sciences Mathématiques-Deuxième série-Année 1955
Janvier-Février-Pages 12-32 et Juillet-Août-Pages 1-18
- 83 Sur les problèmes de communications métriques.
C.R. Acad. Sci. (Paris)-1955- 240 - Pages 724-726
- 84 Théorie combinatoire des relations bilinéaires classiques
Bulletin des sciences mathématiques-Année 1955-Juillet-Août
- 86 Une théorie algébrique du codage
C.R. Acad. Sci. (Paris)-1956- 242 - Pages 862-864
- 87 Une théorie algébrique du codage
Séminaire P. DUBREIL et C. PISOT. Publications de l'Institut Henri Poincaré- 27 Février 1956
- 88 Théorie du codage et des événements récurrents
Séminaire de calcul des probabilités- Publications de l'Institut de statistique de l'Université de Paris-16 Mars 1956
- 89 Jeux de Nim et solutions avec M. Claude BERGE
C.R. Acad. Sci. (Paris)-1956- 242 - Pages 1672-1674
- 93 Sur une représentation des demi-groupes
C.R. Acad. Sci. (Paris)-1956- 242 - Pages 2907-2908
- 95 Sur deux représentations des demi-groupes finis
C.R. Acad. Sci. (Paris)-1956- 243 - Pages 1385-1387
- 96 On some measures of Information
Third London Symposium on Information Theory
London-1956- Pages 18-25
- 97 Application of semigroup Methods to coding
IRE Transactions on Information Theory
Vol. I T 2 N° 3 -Septembre 1956- Pages 47-60

APPLICATIONS

- 9 L'excitation des chimiorécepteurs de la langue par les substances du groupe des narcotiques indifférents et la règle thermodynamique de la narcose avec Mr Pierre GAVAUDAN et Mademoiselle Hélène POUSSEL
C.R. Acad. Sci. (Paris)-1947 -224- Pages 1525-1527
- 11 Le mécanisme physico-chimique de l'excitation sapide et la notion d'excitant indifférent avec Mr Pierre GAVAUDAN et Mademoiselle Hélène POUSSEL
C.R. Acad. Sci. (Paris) -1948- 226- Pages 751-
- 12 L'étude des conditions thermodynamiques de l'excitation olfactive et les théories de l'olfaction avec Mr Pierre GAVAUDAN, Mademoiselle Hélène POUSSEL et Mr Georges BREBION
C.R. Acad. Sci. (Paris)-1948-226- pages 1395-1396
- 13 Recherches statistiques sur la distribution du sexe à la naissance avec Mr Raymond TURPIN
C.R. Acad. Sci. (Paris)-1948-226- Pages 1845-1846
- 15 Etude pharmacodynamique des chimiorécepteurs de l'olfaction (I) Principes et méthodes d'une étude thermodynamique de l'olfaction avec Mr Pierre GAVAUDAN, Mademoiselle Hélène POUSSEL et Mr Georges BREBION
Gallica Biologica Acta -Vol.1 -Fasc.2. Avril 1948- Pages 147-166
- 16 Etude pharmacodynamique des chimiorécepteurs de l'olfaction(II) L'étude thermodynamique des séries homologues et les théories de l'olfaction avec Mr Pierre GAVAUDAN et Mademoiselle Hélène POUSSEL
Gallica Biologica Acta -Vol.1-Fasc.2. Avril 1948- Pages 167-187
- 19 Contribution à l'étude statistique du sexe à la naissance
Thèse de Doctorat. Faculté de Médecine de Paris-2 Juillet 1948
- 21 Investigation of the distribution of sexes at birth in 14000 families each having at least children avec Mr Raymond TURPIN
Sième Cong.Int.Génet.Stockholm- Juillet 1948

- 25 Sur une asymétrie latérale statistique, attribut du phénotype sexuel 31
humain avec Mr Raymond TURPIN
C.R. Acad. Sci. (Paris)-1949- 228- Pages 431-432
- 28 Sur la détermination du sexe chez l'homme avec Mr Raymond TURPIN
Sem.Hôp.Paris -1949-N°60- Pages 2544-2545
- 29 Remarque sur la statistique des becs-de-lièvre avec Mr Raymond TURPIN
et Madame TISSERAND
Sem.Hôp.Paris -1949- N°60- Pages 2545-2546
- 30 L'étude des dermatoglyphes avec Mr Raymond TURPIN
Sem.Hôp.Paris -1949-N° 60. Pages 2553-2562
- 33 Résultats d'une enquête sur la distribution du sexe dans les familles
nombreuses.
Sem;Hôp.Paris-1949-N°61. Pages 2579-2582
- 35 Etude expérimentale du test de L.SZONDI avec Madame A.E.ANCELIN et Mr
Henri DUCHENE
9ième Cong.Inter.Psychotechnique-Berne-1949-
La psychotechnique dans le monde moderne- Pages 168-179
- 36 Quelques réserves sur la méthodologie de L.SZONDI avec Mr Henri DUCHENE
Infor.Psychiat -25ième année- 4ième série.N°6-Juillet 1949
Pages 210-216
- 38 Investigaciones criticas sobre la teoria y el test de L.SZONDI avec
Madame A.E.ANCELIN et Mr.Henri DUCHENE
Rev.Psicol.gen.apl.Vol IV. N°II-Juillet-Septembre 1949-Pages
437-449
- 40 Sur une différence pondérale à la naissance entre deux lignées de souris:
Mus musculus avec Mr Nicolas KOBOZIEFF, Madame POMRIASKINSKY-KOBOZIEFF
C.R. Acad. Sci.(Paris)-1949- 229- Pages 1267-1268
- 41 Considérations sur l'accroissement de la population dans les Hôpitaux
Psychiatriques avec Mr Henri DUCHENE
Sem.Hôp.Paris.1950- N°3. Pages 105-108
- 42 Sur une différence pondérale entre deux lignées consanguines de Mus mu-
culus avec Mr Nicolas KOBOZIEFF, Madame POMRIASKINSKY-KOBOZIEFF
C.R. Acad. Sci.(Paris)-1950- 230- Pages 240-241
- 43 Rapport entre le sexe des nouveaux nés et l'intervalle séparant leurs
naissances avec Mr Raymond TURPIN et Mademoiselle Denise DEROCHE
C.R.Acad. Sci.(Paris)-1950- 230- Pages 335-336
- 44 Sur une différence pondérale à l'âge adulte entre deux lignées consan-
guines de Mus musculus avec Mr Nicolas KOBOZIEFF, Madame POMRIASKINSKI-
KOBOZIEFF
C.R. Acad. Sci.(Paris)-1950- 230- Pages 413-414
- 45 Recherches critiques sur la théorie et le test de M.SZONDI avec Madame
A.E.ANCELIN et Mr Henri DUCHENE
Enfance 1950 -N°1- Pages 65-73

- 46 Le problème de la spécificité chimique dans les différences génétiques de sensibilité gustative avec Mr Pierre GAVAUDAN
C.R. Acad. Sci.(Paris)-1950- 230- Pages 1622-1624
- 48 Nouvelles recherches sur la distribution du sexe à la naissance
Sem.Hôp.Paris-1950-N°88- Pages 4458-4465
- 49 Sur la détermination du sexe chez l'homme avec Mr Raymond TURPIN
Sem.Hôp.Paris-1950-N°88- Pages 4562-4563
- 50 Sur la masculinité à la naissance dans les grossesses multiples avec Mr Raymond TURPIN
C.R. Acad. Sci.(Paris)-1950- 231- Pages 1098-1099
- 53 Analyse statistique du tracé électromyographique de la tétanie avec M.M. Raymond TURPIN, Jacques LEFEVRE, Jean LERIQUE
C.R. Acad. Sci.(Paris)-1951- 232- Pages 552-553
- 55 De l'influence sur les caractères physiopathologiques de l'enfant de son rang de naissance et de l'âge de ses progéniteurs avec M.M. Raymond TURPIN, Henri DUCHENE, et J.SUTTER
XIII^e Cong.Pédiat.de langue française-Alger-1951- Pages 1-139
- 57 Documents pour aider à l'étude des différentes causes de cancer du sein avec M.M. P.F.DENOIX et G.VIOLLET
Bull.Asso.Franc.cancer-42ième année -Tome 38-1951- Pages 374-381
- 58 Rapports entre l'âge au 1er symptôme et certains aspects de la vie biologique de la femme dans une série de cancers de l'utérus et du sein avec M.M. P.F.DENOIX et G.VIOLLET
Bull.Inst.Nat.Hyg.-Tome 6-N° 4-1951- Pages 573-584
- 62 Possibilité d'une estimation quantitative des hétéroauxines par le test Marchantia, avec Mademoiselle Jacqueline ROUSSEAU
C.R. Soc.Biol.(Paris)- Tome CXLVI- Mars 1952- N°5 & 6- Pages 429-431
- 64 Sexe et gémeilité avec Mr Raymond TURPIN
Sem.Hôp. Paris -1952- N°44- Pages 1844-1848
- 65 Consanguinité et tuberculose avec M.M. Raymond TURPIN et J.SENEGAL
Sem.Hôp. Paris -1952- N° 44- Pages 1851-1854
- 66 Résultats d'une enquête sur le rôle de l'hérédité dans l'apparition des hernies inguinales et crurales avec M.M. Raymond TURPIN et J. BARBET
Sem.Hôp. Paris-1952- N°44- Pages 1854-1856
- 67 Particularités de l'écart d'âge des couples dont le mari est alcoolique avec M.M.Henri DUCHENE, J.BIRO, B.SCHMITZ
Sem.Hôp. Paris-1952- N°44- Pages 1857-1859
- 69 Contribution à l'étude du rôle des facteurs héréditaires dans le cancer avec M.M. P.F.DENOIX et G.DENOIX
Bull.Inst.Nat.Hyg.Tome 8-N°2 -1953- Pages 247-257

- 75 Résultats d'une enquête sur l'influence des facteurs progénésiques sur les malformations humaines, avec M.M. Raymond TURPIN et P.LEFEVRE
Sem.Hôp.Paris -1953- N°76- Pages 3973-3974
- 77 Analyse statistique de l'activité d'un service parisien de pédiatrie avec Mr Raymond TURPIN et Mademoiselle Gisèle NORMANT
Revue de l'Assistance Publique de Paris -1953- N°26- Pages 844-850
- 92 De l'influence relative de l'hypertension intracrânienne et de la localisation sur les troubles psychiques au cours des tumeurs cérébrales avec M.M.H.HECAEN et J.de AJURIAGUERRA
Revue neurologique -Tome 94- N°3-1956- Pages 259-263
- 98 Observations statistiques sur le rang de fratrie des alcooliques avec M.M.E.MARTIN et Ph.PAUMELLE
Revue de l'alcoolisme -Tome 4- N°4-1956- Pages 109-112

TRAVAUX D'EXPOSITION ET DIVERS

- 4 Méthodes typologiques en sélection professionnelle
Biotypologie -1946- Vol VIII N°1 et 2- Pages 106-107
- 22 Fidélité des tests
Travail et Méthode -Novembre 1948- Pages 14-16
- 26 Fondements de la statistique appliquée à la psychologie
I°-Principes des tests statistiques (résumé d'une conférence faite au
groupe d'études de psychologie de l'Université de Paris)
Bull.Groupe Etude Psychol.Univ.Paris -1949- 2ème année N° 8 & 9
Pages 73-74
- 27 Les fondements de la statistique appliquée à la psychologie
II°-Estimation d'un paramètre inconnu (résumé d'une conférence faite au
groupe d'études de psychologie de l'Université de Paris)
Bull.Groupe Etude Psychol.Univ.Paris -1949-2ème année N° 10-11-
12- Pages 111-112
- 31 Une application de l'analyse séquentielle
Sem.Hôp. Paris -1949- N°60- Pages 2562-2564
- 34 Etude de la détermination du sexe chez l'homme avec Mr Raymond TURPIN
Cong.Nat. Nipologie et lières journées inter-nipologiques
RAPALLO 14/16 Mai 1949
- 37 A propos de la "cybernétique"-(Mathématiques et Psychologie)
Evolut.Psychiat.-1949- Tome IV- Pages 585-607
- 39 Le Médecin devant les gènes létaux avec Mr Raymond TURPIN
Cong.Int.Path.comp.Istanbul 1949
- 47 A propos du test de L.SZONDI avec Mr Henri DUCHENE
Infir.Psychiat.26^{ième} année- 4^{ième} série N°6- Juillet 1950-
Pages 225-226

- 60 Bilan de la génétique vis à vis des problèmes de la stérilisation,
avec Mr Henri DUCHENE
La Raison -1951- N°3- Pages 10-22
- 63 Progénèse et gémellité avec Mr Raymond TURPIN
Acta géneticae medicae et gemellologiae -1952- Vol.1- N°2
Mai- Pages 159-169
- 68 Applications biométriques de la théorie de l'information
Sem.Hôp.Paris -1952- N°44- Pages 1859-1865
- 78 A tentative classification of goal- Seeking behaviours
J.Ment.Sci. Vol 100 -N°418- Janvier 1954 - Pages 97-102
- 81 La statistique en psychiatrie
Encyclopédie médico-chirurgicale- Volume "psychiatrie"-2-1955-
37060- G 10- Pages 1 à 4
- 85 Le problème de diagnostic et l'axiomatisation des informations
Revue générale des Sciences 1955
- 90 Notions élémentaires sur les fermetures de Galois et les treillis complets
Groupe de recherches en calcul des probabilités et physique ma-
thématiques -Publications de l'Institut de statistique de l'Uni-
versité de Paris -1956-
- 91 Treillis de partition
Groupe de recherches en calcul des probabilités et physique ma-
thématiques -Publications de l'Institut de statistique de l'Uni-
versité de Paris -1956-
- 94 Etude statistique de diverses expériences de radiesthésie avec Mr Georges
DARMOIS
La radiesthésie -Etudes critiques- Publications de l'Union rationa-
liste -Juin 1956-

T A B L E D E S M A T I E R E S

Titres universitaires	1
Fonctions	2
Enseignements universitaires	3
Titres honorifiques	4
Titres militaires	4
Sociétés savantes	5
Formation scientifique et orientation générale des recherches . . .	6
Exposé des travaux	
Travaux mathématiques	
Algèbre	11
Calcul des probabilités	13
Théorie de l'information	15
Théorie des demi-groupes et des événements récurrents . . .	19
Applications	
Pharmacodynamie	23
Génétique et progénétique humaine	23
Génétique	24
Cancer	25
Psychiatrie et psychologie	25
Travaux d'exposition et divers	26
Liste des travaux	
Travaux mathématiques	27
Applications	30
Travaux d'exposition et divers	34
Table des matières	36