GALLICA BIOLOGICA ACTA

publiés sous la direction de P. Gavaudan
Directeur du Service de Biologie des Services Chimiques de l'Etat

VOL. 1 FASC. 2 JUIN 1948

SOMMAIRE

Articles originaux.

Revue générale.

LIBRAIRIE LE FRANÇOIS
91, Boulevard Saint-Germain - PARIS

Remarques sur les relations aléatoires d'ordre et leur application à la psychologie

par Marco P. SCHÜTZENBERGER.

Dans de nombreux domaines de la psychologie et de la psycho-sociologie intervient la notion de *relation aléatoire d'ordre ;* ayant à comparer deux ou plusieurs objets, un sujet ou un groupe de sujets les classe par ordre de grandeur, de préférence, d'utilité..., etc... En fait, ce classement n'est pas rigide mais se traduit par des expressions telles que « A est en général préféré à B » .. « Les R sont dans l'ensemble supérieurs aux S »... « X a été élu contre Y » ou avec plus de rigueur « A a été préféré à B dans p pour cent des cas »... « q pour cent des X sont supérieurs aux Y » « X a obtenu une majorité de n voix... ».

On rappellera schématiquement ici les hypothèses probabilistes plus ou moins classiques qui servent de base à l'interprétation de ces résultats et on s'efforcera de montrer certaines de leurs implications relatives à la construction d'une échelle absolue sur laquelle pourrait se disposer tout ensemble de tels objets·

Enfin on indiquera des possibilités d'expérimentation destinées à contrôler la validité des théories exposées.

L'échelle psychologique.

Le sujet, les yeux fermés, compare, par couple, en les soupesant trois poids A, B. et C en indiquant à chaque comparaison lequel des deux objets est le plus léger à l'exclusion de toute autre réponse alors que dans la méthode des trois choix

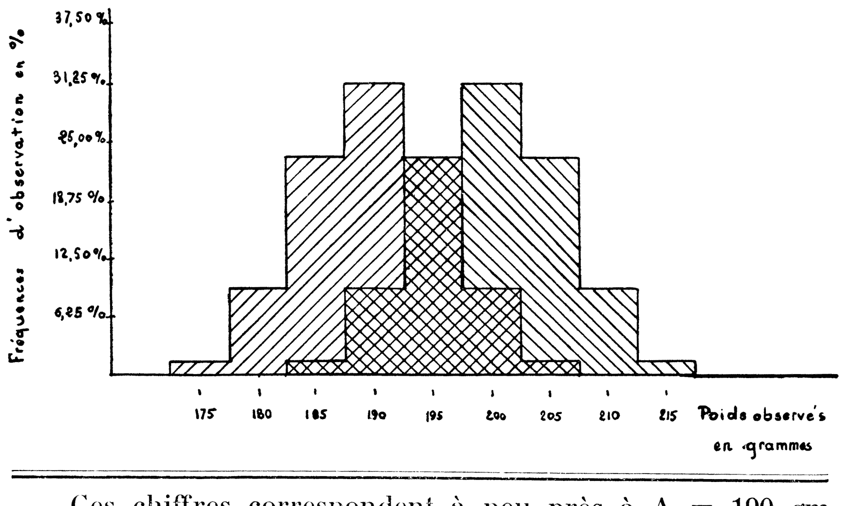
(Dreihauptfälle de WUNDT) une réponse « douteux » est admise. Cette dernière méthode introduisant des éléments étrangers au point discuté ici n esera d'ailleurs pas abordé dans le cours du présent article.

Ce processus de comparaison est répété une centaine de fois et les résultats suivants ont été obtenus.

A	plus léger que	B	80 %
B	»	A	20 %
A	»	C	95 %
C	»	A	5 %
B	»	C	70 %
C	»	B	30 %

FIG. 1. — On a porté en abcisses les fréquences pour lesquelles l'objet A (hachures de haut en bas et de droite à gauche) et l'objet B (hachures de haut en bas et de gauche à droite) sont observés dans les différentes marges de poids.

Ainsi dans 1,5625 % des cas A est observé entre 172,5 gm et 177,5 gm dans 9,375 % entre 177,5 gm et 182,5 gm, etc...



Ces chiffres correspondent à peu près à A = 190 gm B = 200 gm C = 205 gm.

C'est l'exemple le plus simple d'une *relations aléatoire d'ordre :* ici la relation perçue « plus léger ».

Pour interpréter cette expérience, on peut la rapprocher d'une autre, analogue, mais réalisable par des dispositifs exclusivement mécaniques ; on se borne à la comparaison de deux poids. A et B qui sont pesés successivement au moyen d'une balance d'une sensibilité de l'ordre de 5 gm ; à la i^{eme} mesure les poids obtenus sont a_i et b_i ; l'observateur est censé ne pas connaître ces chiffres mais seulement, savoir à chaque fois si a_i est plus petit que b_i ou inversement (fig. 1).

On se trouve ainsi dans la même situation que dans l'expérience de psychophysiologie précédente où n'étaient connus que les résultats des comparaisons entre A et B.

Dans la seconde expérience, la théorie des erreurs montre que les poids successifs observés a_i se distribuent selon une certaine loi de fréquence autour de la *vraie valeur* à de A ; c'est-à-dire que chaque a_i peut être décomposé en deux parties $a_i = \bar{a} + \alpha_i$ de même $b_i = \bar{b} + \beta_i$ ou α_i et β_i fluctuations (ou erreurs) sont les variables aléatoires *indépendantes* l'une de l'autre à chaque expérience et d'une expérience à l'autre.

Par analogie, on est donc amené à supposer qu'à la i^{eme} comparaison par paire de A et de B, le sujet perçoit le poids des deux objets aux niveau a_i et b_i sur une *échelle psychologique,* cette opération comportant des *fluctuations* réparties selon certaines lois de fréquence, qui, à chaque expérience successives font percevoir plus ou moins légers les deux poids A et B (fig. 2 et fig. 3).

De même l'intensité du « sentiment » (ou emploie ici à dessein ce mot peu précis) que le sujet éprouve en examinant, par exemple, un objet X, ou son adhésion à une thèse Y, est censé fluctuer d'une expérience à l'autre et selon une loi définie, autour d'une valeur centrale, sur une certaine échelle psychologique continue (continuum affectif).

Ainsi si les stimuli A, B, C, .. etc... étaient simultanément proposés au sujet, à la i^{eme} de ces expériences de comparaison, l'ordre qu'il indiquerait serait celui des intensités a_i, b_i c_i sur cette échelle psychologique.

Plus ou moins implicitement l'on a donc fait les hypothèses suivantes :

1° *Hypothèse d'isomorphie* (ou d'ordre total).

L'échelle psychologique E a une structure analogue à l'échelle physique ce qui implique

1-1 Etant donnés deux objets A et B comparés dans la i^{eme} expérience, c'est-à-dire pris aux niveaux a_i et b_i, on a toujours

$$a_i \leqslant b_i \text{ ou } b_i \leqslant a_i.$$

$$\text{et si } a \leqslant b_i \text{ et } b_i \leqslant a_i$$

$$\text{alors } a_i = b_i. —$$

1-2 Etant donnés trois objets quelconques A, B et C dans la i^eme^ expérience :

Si $a_i < b_i$ et $b_i < c_i$ alors $a_i < c_i$

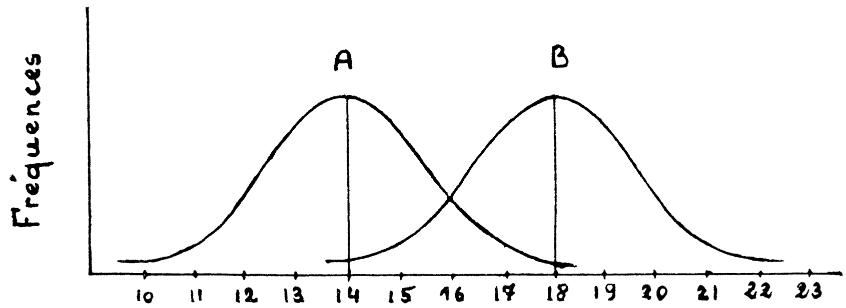


FIG. 2. — Voici par exemple les courbes de répartition relatives à deux objets A et B sur une certaine échelle psychologique.

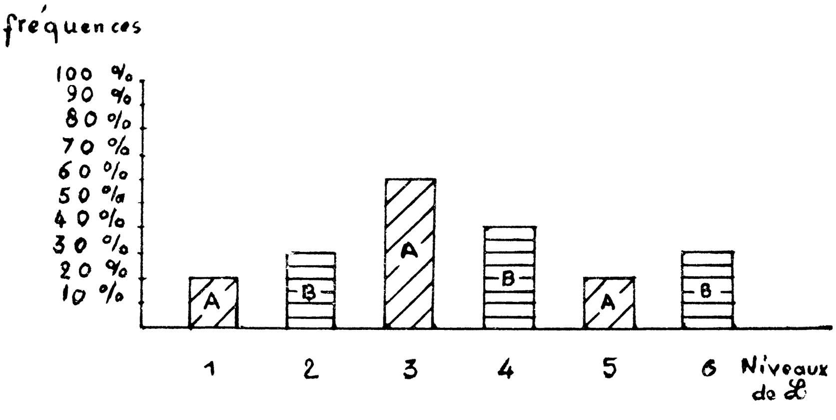
Dans les exemples suivants, on a pris des répartitions discontinues conventionnelles au lieu des répartitions continues qui se rencontrent dans la pratique. Ainsi ce schéma signifie que A peut être observé aux niveaux 1, 3 et 5 avec les probabilités respectives 20 %, 60 %, 20 %, B aux niveaux 2, 4 et 6 avec les probabilités respectives 30 %, 40 %, 30 %.

Pour calculer Prob (ab) on cherche tous les cas possibles où $a < b$

A B	Prob A	Prob B	Prob (A) × Prob (B)
1 2	10/100	30/100	600/10.000
1 4	20/100	40/100	800/10.000
1 6	20/100	30/100	600
3 4	60/100	40/100	2.400
3 6	60/100	30/100	1.800
3 6	20/100	30/100	600

Total : Prob (ab) = 6.000/10.000 = 0,60

FIG. 3.



2° *Hypothèse d'indépendance.*

2-1 *Indépendance globale :* la fonction de répartition des fluctuations ou erreur de A est *indépendante de l'objet* B auquel il est comparé (tout au moins pour certains ensembles d'objets B).

2-2 *Indépendance locale :* la valeur de la fluctuation α_i de A dans la i^ème^ expérience est *indépendante de la valeur de la fluctuation* β_i de B dans cette même expérience.

2-3 *Indépendance temporelle :* les valeurs a_i, b_i, etc., sont *indépendantes des valeurs antérieures* auxquelles ont été prises les objets A, B et C dans les comparaisons précédentes.

3° *Hypothèse de normalité.*

3. Il est possible de représenter la distribution des fluctuations de A sur l'échelle psychologique E par une *loi de répartition normale* (courbe en cloche de GAUSS).

$$y = (2\pi\sigma)^{-1/2} \exp -\frac{1}{2}\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)^2$$

3' Les dispersions (déviations standards) de ces courbes sont égales.

L'hypothèse 3 est issue directement de la théorie physique des erreurs et de même que l'hypothèse 3' introduite par THURSTONE dans un but de simplification des calculs, elle présente des avantages considérables pour le traitement mathématique de la théorie. Sa validité est peut-être contestable dans de nombreux cas ; malgré son utilité pratique et sa justification théorique dans certaines limites, elle n'a qu'un rôle accessoire dans l'étude des relations aléatoires d'ordre que l'on tente ici.

Généralisation.

A partir de ce modèle probabiliste, deux extensions successives se proposent d'elles-mêmes :

Tout d'abord, au lieu d'un seul sujet effectuant un grand nombre de fois la comparaison entre A et B, on la fait répéter par un grand nombre de sujets.

Si l'on peut supposer que l'échelle E et les fonctions de distribution des fluctuations sont les mêmes pour tous les sujets (population homogène), il est clair que l'on se trouve formellement dans la même situation que lorsqu'il s'agit d'un sujet unique.

Si non, c'est-à-dire, si les fonctions de répartition varient d'un sujet à l'autre, il est nécessaire de faire jouer un quatrième hypothèse d'indépendance de ces variations pour se ramener au cas initial, en confondant les fluctuations inter-individuelles et intra-individuelles.

Mais la généralisation la plus intéressante est celle relative aux cas où n'existe pas préalablement d'échelle physique *mesurable* des objets, comme celle des poids, des dimensions, des températures... etc... Ainsi en est-il, par exemple, pour les jugements éthiques ou esthétiques.

Il est alors tentant de chercher à établir une échelle objective, en utilisant les méthodes valables dans les cas envisagés jusqu'ici, échelle sur laquelle on pourrait repérer tout nouvel objet par sa position relative aux objets déjà étudiés.

On a pu ainsi établir des échelles pour la valeur publicitaire de « slogans », pour le mérite relatif de dissertations littéraires, pour la qualité de dessins d'enfants, etc...

Construction de l'échelle psychologique.

On ne discutera pas ici les critiques formulées contre la validité des hypothèses de base, notamment contre 1-1 et 1-2 le caractère multidimensionnel des jugements qualitatifs, contre 2-1 et 2-2 le déplacement du point de vue selon le couple d'objets à comparer, l'effet de contraste et enfin, contre 2-3 l'émoussement de la sensation. On laissera de côté les hypothèses de normalité, d'ailleurs plus spécialement techniques, pour se placer dans le cas général et pour supposer que les répartitions sont quelconques.

Ainsi sur l'échelle psychologique E les fluctuations (ou erreurs) relatives à l'objet A sont réparties selon une certaine loi F_A et, indépendamment de celles relatives à B, qui sont elles mêmes réparties selon F_B ... etc...

La probabilité pour que A soit observé plus petit que B se calcule sans difficulté théorique

$$\text{Prob (ab)} = \int_{-\infty}^{+\infty} F_A(t)\, d\, F_B(t)$$

Pour trois objets A, B et C la probabilité pour qu'ils soient observés dans l'ordre A, B, C est donnée par

$$\text{Prob (abc)} = \int_{-\infty}^{+\infty} F_A(t) \left(1 - F_C(t)\right) d\, F_B(t)$$

On calculerait de même la probabilité Prob (Sn) que les n objets A, B. .... soient classés dans l'ordre défini par la séquence S_n au cours d'un processus de comparaison simultanée. Evidemment il s'agit là d'un calcul purement formel, pouvant d'ailleurs conduire dans la pratique à des difficultés considérables, dès que le nombre d'objets est supérieur à trois ou à quatre.

D'autre part, les diverses probabilités entretiennent entre elles des rapports d'égalité, comme :

Prob (ab) + Prob (ba) = 1 ou comme :

Prob (abc) + Prob (acb) + Prob (cab) = Prob (ab) ou d'inégalité comme :

$1 \leqslant$ Prob (ab) + Prob (bc) + Prob (ca) $\leqslant 2$ (1) et ces relations peuvent d'ailleurs se calculer systématiquement au moyen d'une algèbre spéciale assez maniable.

Réciproquement, si les lois F sont *partiellement spécifiées*, c'est-à-dire si elles ne dépendent que d'un nombre fini de paramètres inconnus, il est clair que l'on peut, sous certaines conditions, remonter aux paramètres inconnus à partir de la connaissance empirique des Prob (S) (que l'on suppose égales aux fréquences relatives d'apparition de ces séquences).

Notamment THURSTONE a indiqué une méthode permanente de calcul, valable quand les F. sont des courbes normales.

Si les fonctions de répartition sont entièrement inconnues le problème se pose de la construction de F_A, F_B, F_C donnant lieu aux mêmes valeurs que les Prob (Sn) que l'on connaît, ce qui généralise le problème des moments de TCHEBYCHEFF. Il n'est pas résolu sauf dans un cas particulier et où deux objets distincts sont seuls en cause ce qui est d'ailleurs précisément le cas étudié par cet auteur quand on connaît les valeurs de : Prob (ab) Prob (aab) Prob (aa....ab).....

Relation statistique d'ordre.

Puisqu'il n'est pas encore possible de déterminer les F à partir des valeurs observées des Prob (Sn), dans le cas fréquent dans la pratique, où l'hypothèse de normalité ne peut être légitimement adoptée, il s'impose donc d'essayer de caractériser simplement les rapports qu'entretiennent entre eux les

(1) Cette inégalité nous a été indiquée par M. le Pr. FRECHET, que nous tenons à remercier ici de ses conseils qui nous ont été précieux.

objets A, B, C, ...etc... de manière à pouvoir appréhender l'essentiel de la structure de leur ensemble.

Dans l'expérience psycho-physiologique exposée au début de cet article la manière la plus immédiate de décrire les rapports entre A, B, et C est évidemment « A est plus léger que B et B que C » ; l'on essayera donc, toujours par analogie, de définir une relation de ce type, appliquable aux objets qui se rencontrent dans les diverses généralisations de cette expérience.

La première idée, serait de prendre les indices de tendance centrale, par exemple les valeurs moyennes de A et de B sur l'échelle E, pour poser : A *est inférieur* à B si la *valeur moyenne* $\bar{a}$ de A *est inférieure à la valeur* $\bar{b}$ de B.

Cette généralisation directe n'est cependant pas possible, en effet, les seules données observées sont certaines Prob (Sn) et il est possible de construire, par exemple, deux systèmes de F_A et de F_B ayant même Prob (ab) et tels que dans l'un $\bar{a} < \bar{b}$ et dans l'autre $\bar{b} < \bar{a}$.

Il en serait de même si l'on prenait la valeur médiane pour indice de tendance centrale.

Ceci est d'ailleurs évident si l'on remarque que les Prob (Sn) étant données, E n'est défini qu'à un isomorphisme près, conservant sa structure d'ensemble totalement ordonné.

Pour prendre une image physique, plus intuitive, si l'on suppose que les F représentent des répartitions de masse sur un fil extensible les intégrales :

$$P\ (xy) = \int_{-\infty}^{+\infty} Fx\ (t)\ dFy\ (t)$$

c'est-à-dire, les Prob (xy), ne changent pas quand les longueurs relatives des différents segments du fil sont modifiées.

En fait supposant connues la totalité des Prob (Sn) pour un ensemble donné d'objets, il est seulement possible (théoriquement) de déterminer tous les couples de répartition relatives. (Pour deux objets A et B, la répartition relative est la valeur de F_A (t) en fonction de la valeur de F_B (t) où t est une description paramétrique quelconque de l'échelle.)

On est donc logiquement conduit à définir la relation statistique d'ordre : « A statistiquement inférieur à B » à partir des seules données immédiatement observables, et on posera

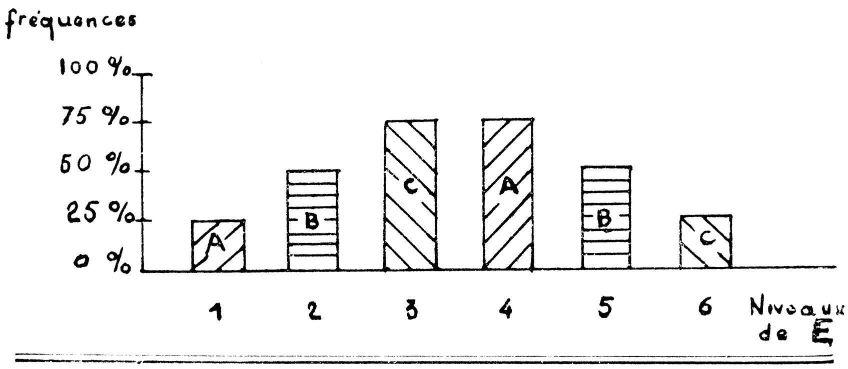
« A statistiquement inférieur à B » équivalent à : Prob (ab) $\leqslant 1/2$, équivalent à : « A est observé inférieur à B dans au moins 50 % des cas ».

Si l'on revient maintenant à l'exemple initial, on constate sans peine que cette définition est équivalente, dans ce cas précis, aux autres définitions avancées au début de ce paragraphe et qui semblent peut-être plus directes.

De même, chaque fois que les courbes F_X peuvent être considérées comme normales, la notion d'ordre statistique coïncidera avec l'ordre des indices de tendance centrale des F_X sur E ce qui pourrait se traduire par l'expression imagée suivante : si les répartitions F_A et F_B sont normales, « A en moyenne inférieur à B » est équivalent à « A en général inférieur à B ».

Les contradictions de la relation statistique d'ordre.

Mais si la notion ainsi définie n'entraîne aucune difficulté dans les cas simples que l'on vient de citer il n'en est pas de même dans l'exemple suivant (fig. 4) :



On a Prob (ab) $= 0{,}625$
Prob (bc) $= 0{,}625$
Prob (ca) $= 0{,}5625$

Les trois probabilités sont plus grandes que 0,50 et l'on doit donc admettre que peuvent être *simultanément vraies* les trois affirmations suivantes :

A est statistiquement inférieur à B
B » » C
C » » A

D'ailleurs malgré son caractère artificiel cet exemple est représentatif des cas assez fréquents, en effet la relation

Prob (ab) + Prob (bc) + Prob (ca) = 1 + Prob (abc) + Prob (cab) + Prob (bca)

montre que si Prob (ab) et Prob (bc) sont légèrement supérieurs à 1/2 il en sera de même de Prob (ca) dès que les trois probabilités du second nombre seront assez grandes.

On doit donc admettre que la conception d'ordre statistique est en contradiction, dans certains cas, avec les propriétés caractéristiques habituelles d'une relation d'ordre c'est-à-dire la *transitivité* (1).

Il faut en outre remarquer que ce caractère de non transitivité résulte de la nature statistique de la définition car pour chaque expérience concrète où A, B et C sont simultanément comparés l'on a nécessairement l'un des six classements possibles :

$a_i \leqslant b_i \leqslant c_i$ ou $b_i \leqslant c_i \leqslant a_i$ ou $c_i \leqslant a_i \leqslant b_i$

ou $a_i \leqslant c_i \leqslant b_i$ ou $b \leqslant a_i \leqslant c_i$ ou $c_i \leqslant b_i \leqslant a_i$

dans chacun desquels $\leqslant$ est une relation transitive puisque portant sur les *valeurs actuelles* a_i, b_i, c_i de A, B et C (hypothèse 1-2).

On ne discutera pas ici les applications de cette contradiction à la critique des *théories économiques* dites *marginalistes* qui utilisent largement la notion de préférences statistiques dans leur théorie de la valeur. Mais, si la réfutation du marginalisme ne peut se faire valablement que sur le terrain de la réalité économique concrète des profits et salaires, il n'est cependant pas inutile de montrer la possibilité d'erreurs graves qu'il y a à étendre sans précaution des règles valables dans un cas concret (transitivité de préférence) à un niveau

---

(1) Une relation est dite transitive, si, pour trois objets quelconques a, b et c, ab et bc entraîne ac ; telles sont par exemple les relations « plus petit » - « plus aigu »- « héritier de » - « contenu dans » - « frère de » -

Une relation est dite non transitive si l'affirmation précédente n'est pas toujours valable ; tel est le cas par exemple de la relation « à l'est » (au sens strict, à moins de 180°) Moscou à l'est de New-York ; New-York à l'est de Shangaï mais : Moscou à l'ouest (et non pas à l'est) de Shanghaï.

supérieur (non transitivité statistique) où leur dépassement dialectique est nécessaire.

Il faut en outre remarquer que le modèle probabiliste que l'on vient d'exposer peut être théoriquement suffisant pour expliquer les prétendus *jugements inconsistants* (A préféré à B ; B préféré à C ; C préféré à A) que l'on a rencontrés dans des enquêtes psychologiques. Il serait intéressant de voir, si, abandonnant l'hypothèse de la normalité des courbes, on ne pourrait pas interpréter plus simplement les faits observés qu'en supposant une « inconsistance » des préférences ou une impossibilité de classer simultanément les objets proposés parce que ceux-ci relèvent de plusieurs dimensions (points de vue) différents.

Mais à l'intérieur même de cette contradiction il est possible de fixer des limites à la non transivité.

L'inégalité

$1 \leqslant \text{Prob (ab)} + \text{Prob (bc)} + \text{Prob (ca)} \leqslant 2$ montre que si Prob (ab) et Prob (bc) sont plus grands que $3/4$, Prob (ac) est au plus égal à $1/2$.

On pourrait traduire ceci d'une manière moins précise mais plus parlante en disant que si A est *statistiquement très inférieur* à B et B *très inférieur* à C alors A est *statistiquement inférieur* à C.

Autrement dit encore, la relation d'ordre statistique est transitive lorsqu'elle n'intervient qu'entre des objets assez éloignés les uns des autres sur leur échelle commune.

Une deuxième limitation de la non transitivité se rencontre dans le cas où l'un des objets A est *toujours inférieur* à l'autre B c'est-à-dire quand Prob (ab) $= 1$.

On démontre alors que si B est *statistiquement inférieur* à C il en est de même de A.

Autrement dit, quand la relation « *statistiquement inférieure* » est dans son cas limite de « *toujours inférieur* », elle redevient transitive.

On doit cependant remarquer que « *A toujours inférieur à B* » *et* « B *statistiquement inférieur à* C » n'entraîne pas

A *toujours inférieur* à C

mais seulement

A *statistiquement inférieur* à C

comme le montre l'exemple suivant (fig. 5).

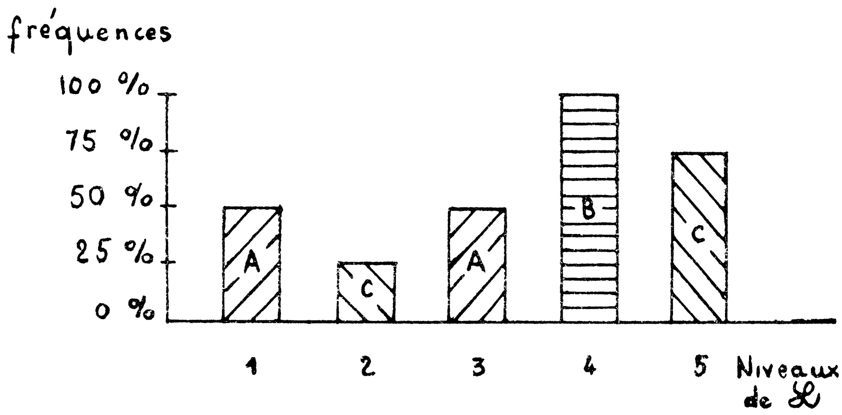


FIG. 5. — Ici on a :
Prob (ab) = 1,00
Prob (ac) = 0,775
Prob (bc) = 0,75

Retour à l'expérimentation.

Il serait fastidieux d'insister plus longuement sur les propriétés nouvelles (plus riches) de la relation statistique d'ordre.

On indiquera encore quelques possibilités d'expérimentation permettant de contrôler directement la théorie développée ici, expériences en cours que l'on espère pouvoir exposer et discuter dans un travail ultérieur.

Test d'indépendance.

On part des égalités du type

Prob (abx) + Prob (axb) + Prob (xab) = Prob (ab)
vraies quelque soient les objets A. B et X.

Il est possible, en faisant classer aux sujets les triples d'objets A, B, X A, B, Y A, B, Z... etc.. d'obtenir plusieurs estimations de prob (ab) qui doivent être égales, si les hypothèses d'indépendance sont valables dans le cas étudié.

Test de normalité.

Tout d'abord en se propose de rechercher systématiquement des ensembles *effectifs* d'objets donnant lieu à une non transitivité de la relation d'ordre.

D'autre part, pour tester directement la normalité des répartitions dans le cas des expériences psycho-physiologiques il est souvent possible d'utiliser la méthode suivante :

On donne à classer à un sujet 4 objets A, A', B, B' ; A et A' d'une part, B et B' d'autre part étant égaux entre eux du point de vue de l'expérience.

Six classements sont évidemment possibles pour le triple A, A', B.

A, A', B - A', A, B
A, B, A' - A', B, A
B, A, A' - B, A', A

Par définition, les deux classements situés sur chacune des lignes ont la même probabilité, respectivement :

Prob (aab), Prob (aba), Prob (baa)

On a la relation :

$$2 \text{ Prob (aab)} + \text{Prob (aba)} = \text{Prob (ab)}$$

De même avec le triple B, B' et A on a :

$$2 \text{ Prob (abb)} + \text{Prob (bab)} = \text{Prob (ab)}$$

Sur les dix *degrés de liberté* de l'expérience (5 relatifs au triple A, A', B et 5 relatifs au triple A, B, B').

— 6 servent à comparer les deux estimations de Prob (aab), Prob (aba), Prob (abb), Prob (baa), Prob (bab),

— 1 permet de comparer l'estimation de Prob (ab) due à l'expérience avec A, A' et B avec celle due à A, B et B'.

— Les deux suivantes, *dans l'hypothèse de la normalité,* permettent d'estimer les deux rapports σ_A/d et σ_B/d où d désigne la distance des moyennes des répartitions de A et de B et σ_A et σ_B les déviations standards de ces mêmes répartitions.

Il reste donc encore un degré de liberté pour tester l'accord de la théorie avec l'expérience et cela sans que le sujet ait eu à effectuer de démarches plus complexes que le *classement simultané d'un triple d'objets.*

RESUME ET CONCLUSIONS

On a exposé le modèle probabiliste classique servant à expliquer le mécanisme des relations aléatoires d'ordre.

On en a déduit la définition d'une « relation statistique d'ordre » non toujours transitive dont quelques propriétés, parmi les plus immédiates, ont été soulignées.

Enfin on a suggéré des expériences de contrôle dont les résultats seront présentés et discutés dans un travail ultérieur.

Section de Laboratoires du Ministère de la Santé Publique au Centre d'études du Bouchet.

BIBLIOGRAPHIE

Pour un exposé classique des théories développées ici, on renvoie le lecteur aux ouvrages suivants qui contiennent une bibliographie complète :

GUILFORD : Psychometric Methods, New-York, 1936.

LUNDBERG : Social research, New-York, 1940.

et surtout aux mémoires fondamentaux de :

THURSTONE : Psychophysical analysis. Am.. J. Psy. 1927, pp. 368-389 - A study of comparative judgement. Psy. Rev. 1927, pp. 273-286 - Theory of attitude measurement. Psy. Rev. 1929, pp. 222-241.