BULLETIN

DU GROUPE D'ÉTUDES DE PSYCHOLOGIE DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Les 3 numéros : 300 francs (112 pages) 17, rue de la Sorbonne, Paris V

SOMMAIRE

LUNDI 23 MAI 1949

2[e] Année - N[os] 10-11-12

CONFÉRENCES

Résumé des conférences faites au Groupe

LES FONDEMENTS DE LA STATISTIQUE APPLIQUEE A LA PSYCHOLOGIE

Dr M.-P. SCHUTZENBERGER

II

ESTIMATION D'UN PARAMETRE INCONNU

Dans la dernière conférence nous avions examiné le problème central de la statistique moderne. Aujourd'hui nous étudierons un problème particulièrement important pour les psychologues : celui de l'estimation d'une grandeur inconnue.

En quoi consiste-t-il exactement :

L'on sait à l'avance que les observations dépendent de façon bien déterminée de la valeur d'un certain paramètre inconnu. On fait un certain nombre d'observations et l'on essaye d'en déduire une valeur « optimale » du paramètre.

Par exemple le nombre des mâles dans les portées de quatre petits d'une certaine espèce est une fonction binomiale d'un paramètre inconnu « la sexratio » $p = 1 - q$, on devrait avoir, si nombre observé des portées était très grand :

Nombre de portées avec :

4 mâles $A\,4\ p^4$,
3 — $A\,3\ 4\ p^3\ (1-p)$,
2 — $A\,2\ 6\ p^2\ 1-p)^2$,
1 — $A\,1\ 4\ p\ (1-p)^3$,
0 — $A\,0\ (1-p)^4$.

Du fait dans une étude donnée, les valeurs observées $A^1\ 4$... $A^1\ 0$ ne satisfont pas en général les diverses relations qu'impliquent ces équations. Il faut donc trouver un principe qui nous donne le moyen de savoir si telle valeur de p représente mieux les chiffres observés que telle ou telle autre. Encore une fois, la notion d'utilité « opérationnelle » joue un rôle prédominant : l'estimation que nous effectuons à tel ou tel but pratique — et l'on peut chiffrer le prix de tel ou tel type d'erreur. Le point de vue peut commander l'expérimentation elle-même et il est parfois moins cher de réunir de larges masses d'observations, sur lesquels on effectue des calculs simples que d'effectuer des calculs pénibles sur des observations peu nombreuses. Ceci vaut surtout dans la pratique industrielle ; dans la recherche on se préoccupe en général de tirer des observations toute la précision qu'elles peuvent donner. Pour cela il existe deux méthodes générales :

La méthode des moindres carrés (on rend minimum la somme du carré des écarts, entre observations et valeurs théoriques déduites de la valeur estimée du paramètre).

La méthode du maximum de vraisemblance (on prend la valeur du paramètre qui aurait rendu maximum la probabilité a priori de l'ensemble des observations).

Les deux méthodes sont asymptotiquement équivalentes dans des cas très généraux et c'est une discussion sans cesse renouvelée entre les élèves de Egon S. Pearson et de R.-A. Fisher que de savoir quelle est la meilleure (la plus simple et la plus efficace) dans chaque cas particulier.

Pour montrer plus clairement le caractère optimal de ces estimations, prenons le cas courant de l'estimation de la « vraie valeur » de l'aptitude d'un sujet dans un certain test et sa réussite lors d'une passation.

Moyennant les hypothèses usuelles, le problème est ramené au suivant :

Chaque sujet i est caractérisé par une « vraie valeur x i » de son aptitude.

Les x i sont distribués normalement, et avec une moyenne nulle et une variance égale à un. La note y i obtenue par le sujet i lors de la passation de test est une variable aléatoire distribuée avec une variance égale à $(1-r^2)$ autour d'une moyenne r x i. Nous expliquerons plus bas la signification de r.

Pour un sujet y i est donnée. Que peut-on dire sur x i ? X i n'est pas une variable aléatoire en général — x i est seulement inconnu. La « meilleure » décision sera de le prendre égal à r y i, comme on le montre facilement par l'une ou l'autre des méthodes invoquées plus haut. Meilleur signifie ici que si nous recommencions un assez grand nombre de fois l'expérience. La somme des carrés des écarts des valeurs x i estimées à leurs vraies valeurs serait un minimum.

Quelle est la nature de l'information que nous a apporté le test ?

Avant, nous savions seulement que x i appartenait à une population normale de variance 1. Nous savons par exemple que 3 0/00 des sujets avaient une « vraie valeur », plus grande en valeur absolue que 3, etc. Une fois que le sujet a passé le test, la connaissance que nous avons de x i est plus précise :

D'une part, la valeur moyenne des « vraies valeurs » conduisant à un score y i n'est pas zéro, mais r y i ; d'autre part, la variance de cette répartition est $1-r^2$ « 1, et par exemple si $r = 0{,}8$, nous n'aurions eu que

(Suite page 111.)

Abonnement annuel : 1.000 Fr. C.C.P. Lombes Paris 614.662.

Directeur-Gérant : M. Kirschen I.C.C. (J. LONDON, Impr.), 13, rue de la Grange-Batelière, Paris (9e)

Suite de la page 112.

3 0/00 d'avoir y i, si x i avait différé de r y i de 1,8 (et non pas 3 comme précédemment). De la comparaison de l'information initiale à l'information après observation se déduit une quantité, « la quantité d'information » qui partage de nombreuses propriétés formelles avec une grandeur bien connue des physiciens : **l'entropie** (cf. Wiener and Doob).

Revenons à la grandeur r des formules précédentes : c'est une fonction de la reliabilité de test ; on peut la calculer (théoriquement) par divers artifices souvent contestables. De fait, quelques exemples montrent à quel point la précision est faible quand r tombe en-dessous de 0,8 ou 0,9. Ainsi par exemple pour certains tests caractériels (sinon tous) r plus petit ou égale 0,50 ; la réduction de variance est donc de 25,25 %. C'est-à-dire que la variance des x i pour y i fixe est de 0,75 (au lieu de un). Cependant que pour chaque unité dans le score observé l'estimatión ne progresse que d'une demi-unité. Pour pouvoir (au niveau de 1 % rejeter l'hypothèse qu'un sujet a une vraie valeur en-dessous de la moyenne, il faut donc que son score observé soit au moins de l'ordre de + 4,3.

On voit le danger qu'il y a à conclure sans précaution du score observé à la vraie valeur dans le cas de tests peu reliables. Notes revues par le Dr M.-P. Schützenberger.

M. P. SCHUTZENBERGER