INFORMATIQUE
ET
CONNAISSANCE

Centre de Recherche
Analyse et Théorie des Savoirs

Vie et Sciences de la vie
(Groupe A. Giard)

Université Charles de Gaulle - Lille III

1988

LA METAPHORE INFORMATIQUE

I.- INTRODUCTION

L'introduction consiste en un rappel du rôle éminent tenu par les ordinateurs dans la culture scientifique populaire de l'époque. On le laissera sans inconvénient aux bons soins du lecteur. On note, je crois, cette figure de style dans les bandes dessinées : bla-bla...

II.- LA THESE FONDAMENTALE

Et en effet rien de plus ressassé que la thèse de l'équivalence fondamentale entre le cerveau humain et les ordinateurs, sinon ceux d'aujourd'hui, tout au moins ceux de la prochaine génération que Cipangu mûrit dans ses usines secrètes. Une autre raison de ne pas s'étendre sur le topique est que cette thèse est pour certains une grande source d'émotions : l'affirmation que Xenakis s'il avait eu de plus grosses machines, aurait plus manifestement réduit Bach et Rameau à n'être exécutés qu'aux Festivals de Musique défunte, tout comme la certitude épanouie des chefs de Centres de Calcul scientifique que demain leurs employés sortiront, sur commande, des théories mathématiques si profondes que les meilleurs géomètres n'auraient pu les concevoir, toutes ces proclamations et bien d'autres, également autorisées et également neuronales contristent ceux qu'elles ne bercent ni n'enflamment. Afin d'éviter toute passion excessive -en un sens ou en un autre- j'emploierai le terme très neutre de "métaphore informatique" pour évoquer la thèse susdite et je propose d'en examiner quelques fondements et quelques conséquences.

III.- ET QUELLE EST, DIRA-T-ON, LA SIGNIFICATION DE CETTE METAPHORE ?

Le mot métaphore n'est peut-être pas trop modeste : notre cerveau jouit de quelques milliards de cellules, ce qui est d'un ordre de grandeur supérieur au nombre des composants électroniques élémentaires qu'il sera jamais possible de loger dans une boîte à calcul en raison des diverses contraintes qu'imposent les physiques classiques et quantiques.

Et d'autre part les plus fermes tenants de l'équivalence cérébro-informatique sont prêts à concéder que quelques fonctions mentales (le délire, la joie, le rire) ne sont pas encore au programme de leur programmation, qui pour l'instant ne vise que les activités cognitives, ce par quoi ils entendent, je crois, tout ce qui est du ressort de la Raison raisonnante, si humble ou si glorieuse soit-elle. Disons, de tout ce qui s'étend des processus de perception, aux calculs et aux raisonnements.

Nous ferons de même et nous ne discuterons de rien d'autre ici, laissant à tel de nos anciens amis du MIT (Claude Shannon, pour être franc, qui avait certes des titres à se préoccuper de ces clefs), le scrupule de juger si un ordinateur a commis un meurtre quand le jeu de ses impulsions internes lui a fait couper le courant à un de ses congénères.

A l'opposé, le fluide électrique étant plus preste que les esprits animaux, les machines électroniques travaillent un million de fois plus vite que nous, ce qui est beaucoup, beaucoup plus que ne se le figurent ceux qui n'ont pas eu à se préoccuper de ces choses. Cette extrême célérité avait déjà troublé deux brillants jeunes chercheurs du MIT : la métaphore informatique étant pour eux chose certaine et l'étude du cerveau pouvant donc se faire par le seul examen du fonctionnement des ordinateurs, ils voyaient débloqué tout frein aux progrès de la psychologie si l'on voulait bien, suppliaient-ils, construire des machines assez lentes pour qu'ils puissent en suivre pas à pas les démarches.

Cette fois-ci je ne donnerai pas les noms. Ils sont toujours sur les lèvres et dans les coeurs des fans de l'A.I. (en français subcontemporain : Intelligence Artificielle).

Ces disparités de taille et de vitesse me semblent établir que l'équivalence entre le cerveau et l'ordinateur n'est que métaphorique, tout comme celle, centenaire, entre la machine à vapeur qui brûle du charbon et nos muscles qui brûlent du sucre. Cependant ces deux métaphores sont sérieuses et il n'y a rien de ridicule, bien au contraire, à vouloir approfondir la similitude fondamentale de la conversion de l'énergie chimique en mécanique dans la locomotive et dans l'athlète, quand on se place au niveau convenable, celui où les lois de la thermodynamique règnent sur les transferts de protons.

Pour ce qui est du cerveau, il est prudent de préciser les idées reçues dont nous ferons usage courant. D'abord, comme nous l'enseignaient nos manuels de philosophie à grands renforts d'horribles exemples anatomiques et chirurgicaux, qu'il est l'organe de la pensée ; ensuite et, d'après les mêmes sources, que la pensée cognitive (qui seule nous occupe) consiste en des chaînes de raisonnements logiques, où logique est pris en son sens le plus élémentaire. Non pas dialectique, non pas nouvelle, non pas floue, non pas n-aire, non pas future, mais toute bête : scolastique ou, comme on dit chez nous, booléenne.

Un argument essentiel en faveur de la validité de notre métaphore est que l'ordinateur et le système nerveux ont en commun ce caractère somme toute assez singulier d'avoir un fonctionnement discret -au sens mathématique du terme- ou, si l'on tolère le jargon technique, "digital".

Ceci est clair pour les ordinateurs puisque tout l'effort technique vis à empêcher que les variations éventuelles de la forme, de la durée ou de l'intensité des signaux internes n'affecte leur action qui doit être un phénomène de "tout ou rien". Ceci en contraste avec, par exemple, les radios ou les machines à calculer dites "analogiques" dans lesquelles les mêmes signaux interagissent de façon continue ; en contraste aussi bien sûr avec les mécanismes usuels comme le levier, la vis ou le robinet. C'est la même différence qui existe entre la commande de la boîte de vitesses (lère, 2nd, 3ème, marche arrière) et celle opérée par l'intermédiaire du volant de direction.

Ce caractère discret est moins évident pour le cerveau mais rien de ce que nous croyons savoir du système nerveux ne révèle autre chose qu'un échange de volées d'impulsions agissant aussi par tout ou rien grâce à l'intermédiaire de mécanismes à seuil. D'ailleurs, si le fonctionnement cérébral n'était pas essentiellement digital, tout modification graduelle du milieu interne entraînerait des variations continues concommitantes des résultats (comme ceci se passe pour le muscle ou les fonctions de sécrétion). Or la pensée cognitive ne fonctionne pas sur le mode de la continuité : une variation du milieu (disons la narcose alcoolique) peut certes modifier le taux des erreurs mais non le résultat quand aucune ne s'est produite. Pour une machine analogique le produit 38 x 42 s'éloignera progressivement de la vraie valeur 1596 si l'on détériore les conditions ambiantes (par exemple en surchauffant). Pour les ordinateurs usuels, c'est-à-dire, digitaux, le résultat en règle sera, soit le bon, soit n'importe quoi, et il en est de même pour moi, me semble-t-il, quand j'expérimente l'effet de la fatigue. Mon maître et ami Warren Mc Culloch avait beaucoup médité sur cette question. Bien sûr tout ceci est très schématique et devrait être plus longuement discuté et commenté car la nature même de l'opération 38 x 42 → 1596 fait que les erreurs éventuelles dans les étapes élémentaires du calcul n'abolissent pas forcément l'approximation. Mais j'espère vous avoir convaincu que le cerveau quand il raisonne, présente une stabilité de fonctionnement que nous sommes incapables d'expliquer autrement que par l'existence de processus de base essentiellement digitaux. Peut-être que la comparaison, avec des activités proprement "analogiques" telles, par exemple, la gymnastique ou le chant ferait mieux apprécier cette distinction.

Est-il nécessaire de dire que les ordinateurs sont digitaux parce que nous ne savons ni construire, ni même <u>concevoir</u> (j'insiste sur ce point !) des machines analogiques qui seraient capables d'accomplir les mêmes opérations, que celles-ci soient numériques comme pour les calculs usuels ou purement logiques comme les longues suites de syllogismes que réalisent ces petites machines pour le "traitement de textes" qui commencent à remplacer nos dactylos ?

Enfin, concluant la discussion, la métaphore informatique serait de nature strictement kérigmatique si l'on n'acceptait pas le caractère digital des mécanismes nerveux de base de la pensée cognitive puisqu'elle reviendrait à fredonner que (même en ce qui concerne ses performances les plus élémentaires) le cerveau est un bel ordinateur, un vrai ordinateur, mais d'un type complètement différent de tous ceux que nous pouvons imaginer.

Ce que j'affirme est donc le sérieux de la métaphore informatique *sticto sensu* selon laquelle les différences (énormes) de tailles et de vitesses n'empêchent pas les cerveaux et les ordinateurs contemporains d'être essentiellement le même appareil en ce qui concerne leur fonctionnement rationnel, normal.

J'avance aussi que cette métaphore est impliquée avec plus ou moins de clarté par toute anthropologie qui admet les deux postulats bénins que le cerveau est l'organe de la pensée et que la pensée rationnelle procède par des suites de raisonnements syllogistiques.

Vous savez tous immensément mieux que moi l'histoire de ces postulats et comment ils ne sont que des corollaires quand on admet des prémisses encore plus largement acceptées. Craignant que certains, malgré leur bon naturel, ne me veuillent noyer ou de casser une lanterne que je connais trop mal, je me réfugie en des lieux où j'aurai au moins un pied au sec.

IV.- FONCTIONS RECURSIVES

Et maintenant, à nous les mathématiques. Un de leurs plus beaux exploits est d'avoir construit une systématisation qui nous semble définitive de ce qui constitue un raisonnement formalisé. Bien avant l'ère des ordinateurs, Post, Church, Rosser et une pléiade d'autres avaient réussi à déterminer ce qui est calculable (prouvable) et qui ne l'est pas. L'oeuvre monumentale du grand Gödel a couronné cet édifice. Je vais essayer d'en donner un aperçu mondain grâce à l'ingénieux outil pédagogique que sont les machines de Turing, qui offrent l'avantage de rendre immédiate la transposition aux machines à calculer qui nous entourent.

Tout d'abord, puisque d'autres moins versés que vous en ces choses liront peut-être ces lignes, il faut que je fasse apparaître qu'il y a un problème dans les notions de définitions et de preuves. Pour des raisons de commodité d'exposition (ou par pure paresse), j'utiliserai comme matériel les suites de nombres. Bien d'autres objets, telles que les suites de mots, ou les suites d'articles du code de remboursement de la Sécurité Sociale feraient l'affaire. Et de façon plus subtile et moins pédante -mais alors pourquoi m'auriez-vous invité plutôt que d'autres ?- il suffirait de faire défiler les tortues chauves et leur barbier sans déranger Saint Anselme qui danse avec les anges en se riant des cornificiens.

En quoi consiste un calcul (raisonnement) ? Essentiellement à effectuer une suite d'opérations logiques élémentaires, de déductions, à partir d'un ensemble *fini* de données initiales choisie *ad libitum*. Par exemple calculer les termes successifs (a_n) de la progression arithmétique 3, 10, 17, 24... consiste, en partant de la donnée initiale $a_o = 3$, à rajouter la raison 7 à chaque a_n pour obtenir $a_{n+1} = a_n + 7$.

2ème exemple (moins simple). Soit (p_n) la suite des nombres premiers 1,2,3,5,7,11,13,17... Pour obtenir p_{n+1} je considère successivement $1 + p_n, \dots\ 2 + p_n, \dots\ k + p_n, \dots$ et je teste si il est ou non divisible par un p_m déjà calculé, c'est-à-dire d'indice m au plus égal à n. Si oui je passe au suivant. Sinon j'ai trouvé p_{n+1} et, puisqu'Eratosthène veut bien me laisser encore son crible, je peux répéter la même séquence d'opérations.

3ème exemple (pour montrer que la même réalité peut avoir des apparences formelles différentes). Soit (q_n) la suite d'entiers telle que $q_n = 1$, quand n est un nombre premier et $q_n = 0$ dans le cas contraire. La suite $q_2, q_3, \dots$ est donc 1,1,0,1,0,1,0,0,0,1... Même technique que ci-dessus, à un codage près, qui ne raccourcit rien.

4ème exemple (f_n) : la suite telle que $f_o = f_1 = 1$ et $f_{n+1} = f_n + f_{n-1}$. C'est l'inépuisable filon que notre Maître Fibonacci nous légua sous le prétexte plaisant de la démographie des petits lapins.

5ème exemple (b_n) : $b_o = b_1 = 1$ et la définition écrite sous la forme $b_n = b_{n+1} - b_{n-1}$. C'est la même. Mais sous la forme ici donnée, aucun centre informatique n'acceptera de procéder à son calcul puisque pour trouver b_n il faudrait avoir déjà obtenu b_{n+1}.

6ème exemple (x_n) défini par : $x_n = 1$ ou 0 selon qu'il existe ou non trois entiers a, b, c tels que $a^n = b^n + c^n$.

Ce sera le dernier exemple et il suffira, j'espère, pour justifier mon propos. Notez la différence avec l'exemple 2, de la suite des nombres premiers. Dans celui-ci, le théorème d'Euclide selon lequel p_{n+1} est moindre que le produit $p_1.p_2... p_n$ des nombres premiers déjà calculés, garantissait que la recherche de p_{n+1} se ferait en un temps fini, si long soit-il. Dans le 6ème exemple, au contraire, la conjecture de Fermat n'étant toujours pas établie, il faudra pour déterminer x_{n+1} en supposant connus $x_1, ..., x_n$, essayer un à un chaque triple d'entiers (a,b,c) avec l'espoir qu'il veuille bien satisfaire l'équation $a^{n+1} = b^{n+1} + c^{n+1}$ car si elle n'a pas de solution, nous n'en terminerons jamais de vérifier cette carence et notre ordinateur restera à tourner jusqu'à la fin des temps sans jamais même commencer à s'attaquer à f_{n+2}. Ici donc la définition n'est pas formellement vicieuse comme celle du 5ème exemple que l'on pouvait réparer par une modification quasi mécanique (syntaxique). Son mal paraît plus profond. Est-ce seulement une impression ou bien un défaut intrinsèque.

C'est là un problème mathématique (dont d'ailleurs en ce cas précis la réponse est toujours inconnue) mais pour lequel la théorie des fonctions, récursives a réussi à élaborer ce que l'on pourrait appeler une méta-réponse. Cette théorie nous fournit, en effet, un langage dans lequel on peut formuler chaque question et, ceci fait, *calculer* éventuellement que celle-ci admettra une réponse *calculable* (en temps fini, j'entends) pour chaque choix des données initiales. Malheureusement, pour attacher cette sonnette, il faut déjà savoir trouver la formulation adéquate. Qu'importe. Nous avons une définition intrinsèque des fonctions récursivement calculables et pour celles-ci un procédé rigoureusement mécanique permettant de moudre la réponse.

Maintenant, la thèse de Church affirme que tout calcul effectivement réalisable est un calcul récursif. Elle ne peut pas être un théorème puisqu'elle porte sur une classe d'objets inconnus mais elle s'appuie sur l'argument incontournable (comme on dit dans le Bulletin Paroissial Officiel) que nous ne connaissons pas d'exemple qui la contredise -et ce n'est pas faute qu'ils aient été cherchés. Plus généralement, tout raisonnement ou toute théorie au sens usuel, peuvent être vus comme un calcul récursif. "Simplement", dans ce cas, les données initiales qui sont les majeures des syllogismes qui vont se succéder sont les axiomes, dûment codés, à partir desquels procédera le calcul. Virtuellement, toute la mathématique (et aussi bien la physique, pour autant que son axiomatisation est explicitée et non contradictoire) relève de ce même schéma. Qui s'applique, récursivement, à lui-même. A huis clos dans un couloir sans fenêtres qui n'a d'infini que potentiel.

Cinquante ans de travaux d'une profondeur extrême ne se laissent pas ramener à une demi-douzaine d'exemples sur un coin de table, et j'entends mes amis logiciens qui me gourmandent pour tout ce que j'ai omis. Ils ont raison. Ici aussi je suis un piètre amateur. Que n'ai-je, hélas, du temps de ma folle jeunesse fréquenté les âcres cours de logique plutôt que les salles de garde des hôpitaux psychiatriques !

V.- QUIS IPSOS CUSTODES...

Un auditeur psychanalysé

Tout ce dont on nous a parlé ne concerne que les nombres entiers. Mais depuis vingt-cinq siècles on sait qu'il existe des nombres irrationnels et les nombres transcendants mais réels sont bien autre chose, infiniment plus vaste !

Réponse

Dedekind nous a appris à réduire (!!!) les réels aux suites d'entiers et Tarski a parachevé son oeuvre. Les points d'exclamation sont là par déférence pour mon ami René Thom. Mais je m'abstiens de fèves.

Un auditeur patient

Est-il donc vrai que les constructions de la géométrie élémentaire pourraient être trouvées récursivement les unes après les autres à partir des axiomes par un procédé complètement automatique ?

Réponse

Vous avez parfaitement raison. Merci de la question.

Trois auditeurs syndiqués (parlant à la fois)

Si je comprends bien, les mathématiques sont une filière aussi morte que la technologie du silex et de l'orge : les axiomes sont bien connus depuis Peano, Euclide et Bourbaki et, d'après ce que vous avez dit vous-mêmes, il suffit d'en dérouler les conséquences.

Réponse

Je vous remercie de cette brillante intervention. J'ai certainement mal expliqué certaines difficultés de la théorie. Ainsi, me souffle Bernard, on a tout récemment construit des exemples remarquablement simples de théorèmes sur les nombres entiers qui sont prouvables dans une axiomatique plus riche que celle de Peano mais (c'est là le tour de force) dont on peut établir qu'ils ne seraient pas démontrables à partir des seuls axiomes de cette dernière.

L'auditeur qui prend des notes

Qu'est-ce que cela veut dire "plus riche" ?

Réponse

Cela veut dire que l'on postule en plus une certaine propriété de l'infini (qu'il existe un plus petit ceci qui fait cela, etc...). Tant que l'on s'occupe d'ensembles finis de nombres entiers rien n'est changé, que l'on accepte ou non cet axiome supplémentaire. Mais quand on le refuse, le théorème auquel j'ai fait allusion reste vrai mais n'est plus démontrablement vrai.

L'auditrice

Mais enfin, M. est-ce que des calculs récursifs auraient pu découvrir cet axiome supplémentaire ?

Réponse

Pardonnez-moi mais nous ne pouvons pas entrer ici dans un débat politique. Si vous le voulez bien nous aurons tout le temps de parler de cette question après la fin.

Charles (Il arrête le choeur des techniciens qui commençait à descendre des cintres)

Non. Pas encore. Tu as souligné la singularité du caractère discret des processus mentaux. Elle marque aussi la mécanique génétique. Donc, faisant appel à Tarski pour tenir compte des interactions avec le milieu extérieur, toute vie individuelle, donc toute l'évolution ne serait d'après Lucrèce qu'une longue théorie récursive de lampes et...

Le conférencier (l'interrompant à son tour)

Même réponse que plus haut.

Un vieux camarade de classe

Objection. Les interactions entre phénomènes continus et discrets introduisent des effets imprévisibles c'est-à-dire du hasard. Par conséquent tout calcul récursif, comme ceux auxquels pense Charles, finira par dépasser ses prémisses. La réduction que tu proposes est une caricature.

Réponse

Bien sûr aussi, il faudrait avoir le temps d'expliquer comment Kolmogoroff a génialement réussi à déduire la théorie du hasard de celle des fonctions récursives et comment, selon la meilleure tradition orientale, ceci suggère des pyramides d'éons où le hasard de l'un n'est que le calcul de ceux qui le contiennent.

Mais je refuse ton terme de caricature : si l'on introduit des erreurs dans un calcul (raisonnement) le résultat sera certainement imprévisible. Mais pourquoi aurait-il un sens ? Reprenant l'exemple des ordinateurs, si je cherche la racine d'une équation et s'il y a des sautes de courant électrique, je n'obtiendrai même pas un nombre. La machine s'arrêtera ou se livrera à quelques autres extravagances. Et puis même si elle m'imprime un nombre, qu'est-ce qu'il signifiera ? Rien de vrai. Et sur la réalité, et sa richesse, ce que nous apprîmes ensemble, pourquoi l'oublierions-nous ?

VI.- PRESENTATION D'UNE MACHINE DE TURING

Elle sera pneumatique, en hommage à Ctesibios et à Torricelli et pour ne pas effaroucher celles et ceux qui refusent leur siècle ou ont peur de la foudre.

(On apporte un engin qui ressemble, en plus gai, à un télétype du PMU. Il y a une bande de papier qui pend des deux côtés, une tête à aiguilles apte à y faire des trous et à lire ceux qui y sont déjà et une boîte de commande grosse comme un grand rasoir électrique, celui-là même d'Occam, d'après la Notice).

L'alphabet A avec lequel on écrit sur la bande est celui de Braille modifié par l'adjonction d'une centaine de signes supplémentaires. Le centre de commande est simplement une table de multiplication dont les lignes et les colonnes correspondent aux lettres de A. Dans chaque case, il y a une paire de lettres du même alphabet. Il y a en plus un curseur qui pointe sur l'une quelconque des lignes.

Chaque pas élémentaire s'accomplit de la façon suivante : le curseur se trouvant sur la ligne "x", la tête de lecture est interrogée. Elle répond qu'en face d'elle, sur la bande, se trouve la lettre "y" (possiblement "y" est le symbole "pas de trous").

Soit $(\bar{x}, \bar{y})$ la paire de lettre inscrites dans la table à l'intersection de la ligne "x" et de la colonne "y" ; le curseur va se positionner à la ligne "$\bar{x}$" et la tête est requise de perforer la lettre "$\bar{y}$". Une astuce de bas niveau dans le système de codage fait que ceci oblitère la lettre "y" qui se trouvait là. Enfin, et en fonction de la seule valeur de "$\bar{x}$", la bande saute d'un cran vers la gauche ou vers la droite ; ou bien rien ne passe et la machine s'arrête pour de bon. Et on recommence. La table de multiplication a été établie une fois pour toutes par les ingénieurs de la Manufacture qui produit ces appareils.

(Le conférencier demanda à l'assistance de choisir deux nombres et une opération qu'il perfora dans une bande vierge à l'aide de pinces spéciales, avant d'introduire cette dernière dans la machine. Il ouvrit le robinet à air comprimé et croisa les bras sur sa poitrine. La bande se déroula dans un sens puis un autre, revint en arrière, repartit et après maintes oscillations et beaucoup de confettis découpés, la pétarade s'arrêta.

Le conférencier pria un jeune Enseignant-chercheur en Sciences de l'Audio-Visuel de bien vouloir lire ce qui était écrit sur la bande. Celui-ci tâtonna longuement car la quasi totalité des caractères lui étaient inconnus. Puis d'un coup son visage s'anima. Voici un segment en Braille, proféra-t-il et il lut "Stop . Les données étaient 4 + 3. Stop. Le résultat est 7. Stop. Fin de calcul. Stop". Spontanément, plusieurs physiciens présents se portèrent garants de la justesse de la réponse. La démonstration avait réussi)

Car elle aurait pu échouer si ce calcul avait requis une bande plus longue que celle qui était prévue. Soyez donc avertis que toute machine de Turing doit être livrée avec un stock illimité de bandes vierges que l'on collera à la queue les unes des autres au fur et à mesure des besoins du calcul. Appréciez aussi l'honnêteté intellectuelle de l'appareil : si la question posée n'a pas de réponse récursive, il continuera à chercher sans rien dire en perforant indéfiniment ses trous et en engloutissant pour ce faire tout ce que l'Univers a de bande de papier. Voire même infiniment plus si l'univers est fini comme on le chuchote depuis cinquante ans dans les pâtisseries de Louvain.

Ceci n'est dû en aucune manière aux propriétés spéciales de notre engin ni à la façon bien particulière dont il utilise sa bande. Il y a en effet deux énoncés qui attestent le caractère universel des M.T. (machines de Turing). Le premier théorème dit que tout ce que peut faire une M.T. est de calculer une fonction récursive et que, réciproquement, toute fonction récursive peut être calculée par n'importe quelle M.T. Ceci est clair, net, et sans ambiguité.

Il y a bien sûr un minimum de richesse d'organisation interne et/ou de taille de l'alphabet en-dessous duquel nul n'a droit au titre de M.T. Et c'est l'objet du deuxième énoncé, ou plutôt de la famille d'énoncés qui décrivent des appareils équivalents à une M.T., c'est-à-dire à n'importe quelle M.T. Par exemple, les ordinateurs du commerce qui disposent d'un organe de commande considérablement plus compliqué et qui, grâce à la fée électricité, peuvent indéfiniment effacer et réécrire sur chaque case de leurs bandes magnétiques alors que notre pauvre machine a passé la plus grande partie de son temps à recopier sur une zone vierge les calculs qu'elle avait déjà à moitié finis ailleurs.

J'ai dit les bandes car le nombre importe peu : de toute façon rien d'autre ne sera accompli que de calculer une fonction récursive, ou de poursuivre indéfiniment un calcul qui ne mène à rien. La seule chose qui importe est que la provision de bandes soit illimitée car nul ne sait à l'avance combien de place en mémoire sera requise par un calcul. Essayez simplement de trouver la vingtième décimale du nombre d'or $(1 + \sqrt{5})/2$ en employant la calculette qui a permis il y a un instant à nos collègues de confirmer nos exploits éoliens. Mais sans tricher ! C'est-à-dire sans noter sur un bout de papier des résultats intermédiaires pour les réintroduire plus tard dans l'appareil.

Et puisque je suis enfin sur la terre ferme et que votre attention continue à donner tous les signes de la courtoisie, laissez-moi ajouter quelques mots. Nous devons au talent de Kleene une caractérisation des calculs dont sont capables les machines qui au contraire des M.T. ne disposent que d'une mémoire *bornée*. Bien que certains aient consumé leur vie à leur étude, je dois affirmer que *sub specie aeternitatis* (j'entends, *sub specie recursivitae)* ils sont triviaux, et ce en un sens très précis qui serait mieux l'objet d'une autre conférence. On y établirait *more geometrico* que les processus thermodynamiques si fantaisistes soient-ils sont incapables de faire naître une complexité plus élevée que celle du monde minéral. Quelle que soit l'étendue (finie !) de la mémoire d'un instrument de calcul, l'ici présente M.T. pourra répondre à des questions qui en excéderont les capacités. Il y a donc d'autres seuils qui sépraent les étages en-dessous de la récursivité. Mais ce dernier palier atteint, d'autres problèmes se posent qui mobilisent les informaticiens militants. L'un des plus intéressants est celui de la conversion de la vitesse en taille de mémoire. Bien que celle-ci doive être potentiellement infinie, on peut désirer pour des raisons sentimentales ou autres, réduire au minimum la consommation de bandes de papier. Ceci peut se faire (dans certaines limites) au prix d'une augmentation du temps total de calcul. A l'inverse, vous sentez bien que l'on peut accélérer les opérations si l'on dispose d'assez de mémoire pour y stocker ceux des calculs partiels qu'il est plus expédient d'effectuer une fois pour toutes afin de s'y référer par la suite : c'est l'idée-même des tables de logarithmes, mais, au siècle de l'informatique de masse, il faut encore avoir assez de place pour les ranger sur ses étagères.

Le cybernéticien (ayant compris et qui donc s'impatiente)

Tout ceci pour dire que les différences de taille et de vitesse entre le cerveau et les ordinateurs se compensent et que par conséquent votre prétendue métaphore est bien plus qu'une métaphore.

Réponse

Ce n'était pas tout à fait le contenu de mon dernier paragraphe mais puisque vous avez si clairement mis en évidence ce point, je referme mes notes et je vous remercie tous de votre amicale attention.

Avec votre permission, je procéderai après la séance à quelques calculs pour profiter des bonnes dispositions de la machine.

La séance est levée.

Pendant que l'auditoire s'en va, le conférencier se distrait avec les tringles et trois robinets. Du temps passe. Les bandes se déroulent. Le calcul progresse. Du temps passe. Une technicienne entre et ouvre la fenêtre.

Question (du conférencier à l'auditrice qui est toujours en train de lire)

Apaka harus mennunqu ?

M.P. SCHUTZENBERGER

Université de Paris VII