

Sujet de stage : étude de la composante géante des graphes aléatoires par la combinatoire analytique

Élie de Panafieu

19 octobre 2016

1 Sujet

Erdős et Rényi ont lancé l'étude des graphes aléatoires par leur article de 1960. Ils y prouvent notamment que la plus grande composante connexe d'un graphe à n sommets et m arêtes est typiquement de taille $O(\log(n))$ si $m/n < 1/2 - \epsilon$, et $\Theta(n)$ si $m/n > 1/2 + \epsilon$, pour tout $\epsilon > 0$. Dans le second cas, cette composante est appelée *géante*, et de plus les autres composantes sont de taille $O(\log(n))$. De nombreux travaux sont depuis venus affiner nos connaissances sur la composante géante, tous basés sur des techniques probabilistes : méthodes du premier et second moment, et marches aléatoires.

Parallèlement à ces recherches, s'est développée l'étude de la structure des graphes aléatoires par la combinatoire analytique, c'est-à-dire par l'étude de leur série génératrice. L'article célèbre de Janson, Knuth, Luczak et Pittel de 1993 "*Birth of the giant component*" étudie ainsi les composantes des graphes aléatoires avant et dans la *fenêtre critique*, lorsque le nombre d'arêtes m et de sommets n vérifient $m \leq n/2$ ou $m = \frac{n}{2}(1 + O(n^{-1/3}))$. Il est à noter que ces graphes ne contiennent typiquement pas de composante géante.

Des avancées récentes sur la série génératrice des graphes connexes (de Panafieu, FPSAC 2016) permettent d'envisager l'étude par la combinatoire analytique de graphes aléatoires *sur-critique*, pour n'importe quel $m \geq n/2$, et d'obtenir ainsi des informations plus précises sur la composante géante.

Ce sujet est l'occasion d'acquérir ou d'approfondir la maîtrise des techniques de combinatoire analytique (traduction des propriétés combinatoires en relations sur les séries génératrices, analyse de l'asymptotique des coefficients et des lois limites de paramètres). Si les résultats sont au rendez-vous, la robustesse de cette approche permettra, de les étendre à d'autres modèles plus riches, tels que les graphes à degrés contraints, les hypergraphes et le *statistic block model*.

2 Prérequis

Ce stage suppose un intérêt pour la combinatoire et les graphes aléatoires. Des connaissances en combinatoire analytique et en analyse complexe seront appréciées, mais pas obligatoires.

3 Laboratoire

Le stage aura lieu au sein de l'équipe MathDyn des Bell Labs France, Nokia. Il s'agit d'une équipe de recherche en informatique fondamentale, comptant onze membres permanents, et dirigée par Philippe Jacquet. Ses locaux principaux se situent aux Bell Labs Paris-Saclay, Route de Villejust, 91620 Nozay. Certains membres de l'équipe travaillent aussi au LINCS, 23 avenue d'Italie, 75013 Paris, ou bien au bâtiment Turing de l'École Polytechnique.

4 Qui suis-je ?

Mon parcours et la liste de mes publications sont disponibles sur ma page web <https://www.lincs.fr/elie-de-panafieu/>.