

Maths pour l'Info 3

– L2 –
2011-2012

TD n° 5 : fonctions inductives et programmes

► **Exercice 1** ◀ On considère l'ensemble des expressions arithmétiques \mathcal{E} qui est défini inductivement par

- $B = \mathbb{R} \cup \{x\}$
- Si $E_1, E_2 \in \mathcal{E}$, les arbres suivants y sont aussi :

$$\begin{array}{c} + \\ / \quad \backslash \\ E_1 \quad E_2 \end{array}, \quad \begin{array}{c} \times \\ / \quad \backslash \\ E_1 \quad E_2 \end{array} \quad \text{et} \quad \begin{array}{c} \text{exp} \\ | \\ E_1 \end{array}$$

- (a) Ecrire une fonction ϕ_1 de \mathcal{E} dans \mathbb{R} qui évalue l'expression en $x = 1$.
- (b) Ecrire une fonction ϕ_y , qui pour tout $y \in \mathbb{R}$, est une fonction de \mathcal{E} dans \mathbb{R} qui évalue l'expression en $x = y$.
- (c) Proposez une structure de données pour représenter les arbres d'expression.
- (d) Ecrire en C la fonction `float phi(float y, arbre A)` qui fait le calcul de ϕ_y .
- (e) Ecrire une fonction h_{exp} de \mathcal{E} dans \mathbb{N} , qui retourne le nombre de nœuds étiquetés par “exp”
- (f) Ecrire en C la fonction h_{exp} .
- (g) Ecrire une fonction ψ de \mathcal{E} dans \mathcal{E} qui applique les règles de simplification

$$\begin{array}{c} + \\ / \quad \backslash \\ 0 \quad E \end{array} \mapsto E \quad \text{et} \quad \begin{array}{c} + \\ / \quad \backslash \\ E \quad 0 \end{array} \mapsto E$$

- (h) Ecrire une fonction τ de \mathcal{E} dans \mathcal{E} qui applique les règles de simplification

$$\begin{array}{c} \times \\ / \quad \backslash \\ 0 \quad E \end{array} \mapsto 0 \quad \text{et} \quad \begin{array}{c} \times \\ / \quad \backslash \\ E \quad 0 \end{array} \mapsto 0$$

- (i) Ecrire une fonction γ de \mathcal{E} dans \mathcal{E} qui cumule les règles ψ et τ , en simplifiant au maximum les zéros.
- (j) Ecrire la fonction γ en C.
- (k) Ecrire une fonction D de \mathcal{E} dans \mathcal{E} qui calcule la dérivée.
- (l) Coder la dérivation de la question précédente en langage C.