

Une nouvelle base de fonctions pour le modèle de radiosité

Didier Arqu s, Sylvain Michelin, Benoît Piranda

 quipe de synthèse d'images, Institut Gaspard Monge
Université de Marne la Vallée, 5 Boulevard Descartes, Champs sur Marne
F-77454 Marne la Vallée Cedex 2
arqu s,michelin,piranda@univ-mlv.fr

Résumé : *Cet article propose une nouvelle approche qui exprime la fonction de radiosité dans une nouvelle base de fonctions. Celle-ci est associée à un modèle géométrique de description de surfaces utilisant des atlas de disco ides, c'est-à-dire des ensembles d'éléments de surfaces qui recouvrent la surface à modéliser et qui peuvent se superposer mutuellement. Cette nouvelle approche conduit à un nouveau système d'équations de radiosité dans lequel nous prenons en compte les zones de superposition entre disco ides. La radiosité classique apparaît alors comme un cas limite de cette approche.*

Mots-clés : Radiosité, base de fonctions, atlas de disco ides.

1 Introduction

Le but principal des modèles de rendu est de simuler efficacement et précisément les phénomènes d'illumination. Les recherches dans ce domaine se sont orientées vers la définition de modèles globaux permettant de simuler soit l'optique géométrique [Whi80], soit le comportement énergétique de la lumière [GTGB84] voire les deux avec par exemple des algorithmes à deux passes [SP89] combinant la radiosité et le lancer de rayon. Plus récemment, d'autres phénomènes complexes comme les milieux participants [RT87], les caustiques [NN94] ou encore la diffraction ou d'autres phénomènes de l'optique ondulatoire [LG95] ont été abordés.

En synthèse d'images, les techniques de rendu sont directement liées à la représentation géométrique des objets. Par exemple, les représentations à l'aide de polygones ou de surfaces paramétriques [FDFH90] sont bien adaptées à la résolution des équations de la radiosité alors que les fonctions implicites [Bli82] et le modèle C.S.G. sont plus souvent exploités par les algorithmes de lancer de rayon [Gla89].

Plus particulièrement, le modèle de radiosité consiste à donner une solution à l'équation de rendu [Kaj86]. En général, une analyse en éléments finis est utilisée: la solution s'exprime dans une base de fonctions liées à un support géométrique. Nous pouvons classer ces approches suivant deux catégories:

- les solutions classiques [GTGB84] consistent à décomposer les surfaces en un ensemble de facettes sur chacune desquelles l'énergie (la radiosité) est supposée constante. Le bilan énergétique de chaque facette conduit à la définition du facteur de forme classique et le bilan énergétique global implique la résolution d'un système d'équations linéaires [CCWG88]. Après résolution, la fonction de radiosité est approximativement reconstruite en utilisant par exemple un lissage de Gouraud. D'un point de vue " l ments finis", on décompose la fonction de radiosité dans une base de fonctions constantes (fonctions rectangles) définies localement à chaque facette. Le principal avantage de cette méthode est la simplicité, à la fois des fonctions (une unique fonction constante pour chaque facette) et du support géométrique (la facette). De plus, de nombreux termes conservent une signification géométrique: le facteur de forme a par exemple une signification physique (proportion d'énergie  chang e entre deux facettes) et des développements classiques (Théorème de Stokes...) peuvent être efficacement utilisés pour simplifier les calculs [AM95]. Cependant, les variations complexes de la fonction de radiosité ne peuvent être traitées qu'en subdivisant plus finement le support géométrique. De même, ces méthodes impliquent des

structures de données complexes pour conserver les contraintes topologiques de la surface, particulièrement lors de l'utilisation de représentations hiérarchiques [HSA91] ou de méthodes de subdivisions adaptatives [CF90].

- Des travaux plus récents ont utilisé d'autres bases de fonctions facilement intégrables. H.R. Zatz dans [Zat93] propose de décomposer la fonction de radiosité dans un ensemble de fonctions polynomiales (polynomes de Legendre) alors que Gorthler et al. exploitent des techniques d'analyse en ondelettes [GSCH93]. Une définition paramétrique de la surface est utilisée comme support de chaque fonction de base. Sous cette hypothèse, on perd les avantages liés à la connaissance d'un support local car on travaille dans un espace paramétrique. Cette méthode perd de son intérêt lorsque la fonction de radiosité admet des variations complexes qui imposent d'augmenter considérablement le nombre de fonctions de base.

Nous proposons dans cette article un nouveau modèle de radiosité qui répond efficacement à plusieurs de ces problèmes. Une première partie de cet article (section 2) expose cette nouvelle approche alors que la section 3 présente les problèmes de programmation de ce modèle. La dernière partie de cette article (section 4) présente enfin quelques résultats.

2 Un nouveau modèle de radiosité

2.1 Une nouvelle base de fonctions avec support local

Dans un pr c dent article [AMP99], nous avons proposé une nouvelle approche de modélisation et de rendu des surfaces complexes. Dans ce modèle, chaque surface est définie comme *un atlas de disco ides recouvrants*, c'est-à-dire un ensemble de N_S éléments de surfaces $\{D_i, i = 1 \dots N_S\}$ vérifiant les propriétés suivantes. Les disco ides :

- sont des surfaces ouvertes (pas nécessairement planes) ;
- approchent localement la surface ;
- peuvent se superposer ;
- recouvrent compl tement la surface.

La figure 1 montre deux exemples de surfaces définies par des atlas de disco ides.

Comme nous le détaillons dans la section 4.1, ce modèle constitue une alternative intéressante à l'utilisation de maillages de facettes car il simplifie la complexité géométrique en diminuant les contraintes topologiques. Plusieurs problèmes liés à la construction et au stockage des surfaces complexes disparaissent alors.

Dans cette partie, nous proposons d'utiliser les atlas de disco ides comme le support géométrique d'une nouvelle base de fonctions. Ainsi, pour chaque point M de la surface, la luminance $L(M)$ s'exprime dans une base de fonctions α_i associées à l'ensemble des N disques recouvrant M (cf. figure 2) suivant la relation :

$$L(M) = \sum_{i=1}^N L_i(M) \alpha_i(M) \quad (1)$$

où pour chaque disco ide D_i :

- $\alpha_i(M)$ peut être vu comme la probabilité de présence en M du disco ide D_i parmi les N_S disco ides de l'atlas.
- $L_i(M)$ sont les coefficients associés à chaque fonction $\alpha_i(M)$.

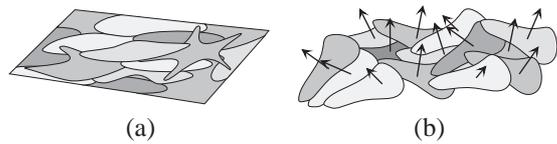


FIG. 1 – *Disco ides décrivant une surface plane (a) et une surface complexe (b).*

La définition de la fonction $\alpha_i(M)$ implique :

$$\begin{cases} \alpha_i(M) > 0 & \text{if } M \in D_i \\ \alpha_i(M) = 0 & \text{if } M \notin D_i \end{cases} \quad \text{et} \quad \sum_{i=1}^N \alpha_i(M) = 1$$

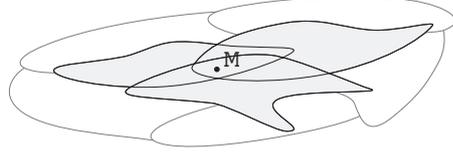


FIG. 2 – Seuls des discoïdes gris recouvrent le point M .

Afin de simplifier l'expression de la fonction de présence $\alpha_i(M)$, nous associons à chaque discoïde D_i une fonction $\beta_i(M)$ qui vérifie :

$$\begin{cases} \beta_i(M) > 0 & \text{if } M \in D_i \\ \beta_i(M) = 0 & \text{if } M \notin D_i \end{cases}$$

et nous définissons :

$$\alpha_i(M) = \frac{\beta_i(M)}{\sum_{j=1}^N \beta_j(M)}$$

Sous l'hypothèse que $\alpha_i(M)$ est nul à l'extérieur du discoïde D_i , l'équation (1) peut aussi s'écrire sous la forme :

$$L(M) = \sum_{i/M \in D_i} L_i(M) \alpha_i(M) \quad (2)$$

Cette solution nous permet de profiter des avantages des deux catégories de solutions précédentes :

- du fait de l'association d'une fonction $\beta_i(M)$ unique pour chaque discoïde (son support local), il n'est pas nécessaire de définir une représentation paramétrique de la surface.
- Dans une zone de superposition, c'est-à-dire au point M recouvert par un ensemble de discoïdes, le nombre de fonctions utilisées pour exprimer $F(M)$ varie en fonction de l'organisation géométrique des discoïdes en M . Cela représente un avantage par rapport au modèle de Galerkin qui considère un nombre constant de fonctions en chaque point de la surface.

La figure 3 représente deux disques coplanaires admettant une zone de superposition. Nous supposons que la luminance (ou la couleur) $L_i(M)$ de chaque discoïde est connue : constante, rouge pour le premier disque et verte pour le second et nous appliquons l'équation (2) pour reconstruire la fonction de luminance sur l'ensemble des deux disques. Dans la figure 3a, nous utilisons une fonction β_i extrêmement simple : constante et égale à 1 pour chaque point du disque et nulle à l'extérieur du disque. L'application de l'équation (2) génère une zone de superposition uniforme, d'une luminance (couleur) obtenue comme la moyenne des luminances des disques. Si β_i est à présent une fonction qui varie continuellement de 1 au centre du disque à 0 sur sa périphérie, il est simple de vérifier que $L(M)$ varie aussi continuellement d'une couleur à l'autre dans la zone de superposition (cf. figure 3b).

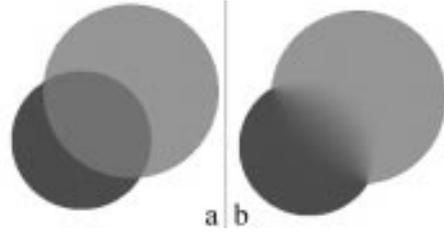


FIG. 3 – Un exemple simple de reconstruction de $L(M)$.

2.2 Formulation du modèle de radiosité

Dans cette partie, nous considérons que chaque surface décrivant la scène est représentée par un atlas de discoïdes et nous présentons un modèle de radiosité qui tient compte de cette hypothèse. La méthode que nous proposons ici est similaire à celle développée pour définir un modèle de radiosité classique : un bilan énergétique nous permet de calculer la valeur de radiosité (supposée constante) de chaque discoïde.

2.2.1 Réécriture de l'équation de rendu

Considérant un point M d'une surface S (cf. figure 4), l'énergie quittant ce point s'exprime de façon classique [SP94] par le bilan énergétique suivant exprimé en terme de radiosité par :

$$B(M) = E(M) + \rho(M)H(M) \quad (3)$$

où $E(M)$ est la radiosité propre (exitance), $\rho(M)$ est le coefficient de réflexion diffuse et $H(M)$ l'éclairement de M , c'est-à-dire :

$$H(M) = \sum_j \int_{S_j} B(M_j)F(M, M_j)dM_j$$

où M_j est un point de la surface S_j et $F(M, M_j)$ représente le facteur de forme classique entre deux surfaces élémentaires centrées en M et M_j . Il inclut un terme de visibilité impliquant $F(M, M_j) = 0$ s'il existe un autre objet entre les points M et M_j . L'équation (2) est utilisée pour exprimer la radiosité, le coefficient de diffusion et l'émission propre de M . Nous obtenons donc :

$$B(M) = \sum_{i/M \in D_i} \alpha_i(M)B_i(M) \quad E(M) = \sum_{i/M \in D_i} \alpha_i(M)E_i(M) \quad \rho(M) = \sum_{i/M \in D_i} \alpha_i(M)\rho_i(M)$$

où l'indice i identifie les discoïdes D_i de S recouvrant M (cf. figure 4).

En remplaçant ces expressions dans l'équation (3), on obtient :

$$\sum_{i/M \in D_i} \alpha_i(M)B_i(M) = \sum_{i/M \in D_i} \alpha_i(M)E_i(M) + H(M) \sum_{i/M \in D_i} \alpha_i(M)\rho_i(M) \quad (4)$$

Comme en radiosité classique, le problème revient à déterminer les coefficients B_i . Pour simplifier le développement, traitons les différents termes de l'équation (4) séparément.

2.2.2 Développement de $H(M)$

Tout d'abord, considérons $H(M)$ et remplaçons $B(M_j)$ par son expression pour obtenir :

$$H(M) = \sum_j \int_{S_j} \sum_{k/M_j \in D_k} \alpha_k(M_j)B_k(M_j)F(M, M_j)dM_j$$

où k identifie les discoïdes qui recouvrent le point M_j . La fonction de présence $\alpha_k(M_j)$ étant nulle en dehors du discoïde D_k , nous pouvons écrire :

$$H(M) = \sum_j \sum_{k/D_k \in S_j} \int_{D_k} \alpha_k(M_j)B_k(M_j)F(M, M_j)dM_j$$

Enfin, si N_D est le nombre total de discoïdes de la scène, cette expression peut être réécrite en simplifiant la double somme en :

$$H(M) = \sum_{k=1}^{N_D} \int_{D_k} \alpha_k(P)B_k(P)F(M, P)dP \quad (5)$$

où P représente un point quelconque d'une surface S_j et où k identifie à présent chacun des discoïdes de toute la scène.

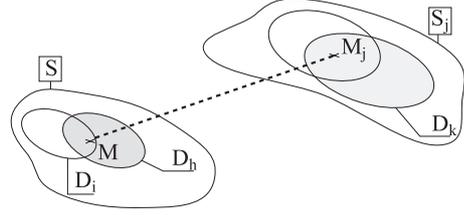


FIG. 4 – Géométrie des échanges énergétiques entre discoïdes.

2.2.3 Une nouvelle équation de radiosité

La dernière étape consiste à intégrer l'équation (4) sur la surface du discoïde D_h de S (cf. figure 4), afin d'obtenir la radiosité de chaque discoïde.

$$\int_{D_h} \sum_{i/M \in D_i} \alpha_i(M) B_i(M) dM = \int_{D_h} \sum_{i/M \in D_i} \alpha_i(M) E_i(M) dM + \int_{D_h} \sum_{i/M \in D_i} \alpha_i(M) \rho_i(M) H(M) dM \quad (6)$$

Nous développons tout d'abord :

$$I_1 = \int_{D_h} \sum_{i/M \in D_i} \alpha_i(M) B_i(M) dM \quad (7)$$

En considérant des zones de superposition homogènes du discoïde D_h , l'équation (7) devient :

$$I_1 = \sum_{i/D_i \cap D_h \neq \emptyset} \int_{D_h} \alpha_i(M) B_i(M) dM \quad (8)$$

Cette expression est exacte dans le cas de surfaces planes, mais doit être approchée dans le cas général.

Nous développons à présent :

$$I_2 = \int_{D_h} \sum_{i/M \in D_i} \alpha_i(M) \rho_i(M) H(M) dM$$

En remplaçant $\rho(M)$ par une expression similaire à l'équation (8) et $H(M)$ par l'expression (5), nous obtenons :

$$I_2 = \sum_{i/D_i \cap D_h \neq \emptyset} \int_{D_h} \rho_i(M) \alpha_i(M) \times \sum_{k=1}^{N_D} \int_{D_k} \alpha_k(P) B_k(P) F(M, P) dP dM$$

Si nous supposons que les termes de radiosité, d'émission propre et de diffusion sont constants sur chaque discoïde de façon analogue au modèle de radiosité classique ($B_i(M) = B_i$, $E_i(M) = E_i$ et $\rho_i(M) = \rho_i$), l'équation (6) devient :

$$\sum_{i/D_i \cap D_h \neq \emptyset} B_i \int_{D_h} \alpha_i(M) dM = \sum_{i/D_i \cap D_h \neq \emptyset} E_i \int_{D_h} \alpha_i(M) dM + \sum_{i/D_i \cap D_h \neq \emptyset} \rho_i \sum_{k=1}^{N_D} B_k \int_{D_h} \int_{D_k} \alpha_i(M) \alpha_k(N) F(M, P) dP dM$$

En définissant : $c_{ih} = \int_{D_h} \alpha_i(M) dM$ et

$$\mathcal{F}_{ih|k} = \int_{D_h} \int_{D_k} \alpha_i(M) \alpha_k(P) F(M, P) dP dM$$

un nouveau facteur de forme entre la zone $D_i \cap D_h$ et un autre disque D_k , nous obtenons finalement pour chaque discoïde D_h :

$$\sum_{i/D_i \cap D_h \neq \emptyset} B_i c_{ih} = \sum_{i/D_i \cap D_h \neq \emptyset} E_i c_{ih} + \sum_{i/D_i \cap D_h \neq \emptyset} \rho_i \sum_{k=1}^{N_D} B_k \mathcal{F}_{ih|k} \quad (9)$$

2.3 Représentation matricielle

L'expression de l'équation (9) pour chaque discoïde D_h induit un système d'équations que nous écrivons ici sous forme matricielle. Considérant que, pour chaque discoïde, c_{ih} est nul si $D_i \cap D_h = \emptyset$ nous obtenons :

$$\sum_{i=1}^{N_D} \left(c_{ih} - \sum_{j/D_j \cap D_h \neq \emptyset} \rho_j \mathcal{F}_{jh|i} \right) B_i = \sum_{i=1}^{N_D} c_{ih} E_i$$

que l'on peut exprimer finalement sous la forme $M \times B = C \times E$ avec

$$M_{ih} = c_{ih} - \sum_{j/D_j \cap D_h \neq \emptyset} \rho_j \mathcal{F}_{jh|i}$$

2.4 Cas limite : la radiosité classique

Il est intéressant de constater que ce nouveau bilan énergétique est une généralisation de la radiosité classique. L'équation (9) se simplifie dans le cas limite d'un maillage de facettes pour retrouver l'expression de la radiosité classique. Si les aires des zones de superposition tendent vers 0, seul le discoïde D_h admet une zone de superposition avec lui-même. Ainsi l'équation (9) devient :

$$B_h c_{hh} = E_h c_{hh} + \rho_h \sum_{k=1}^{N_D} B_k \mathcal{F}_{hk|k}$$

De même, la fonction de présence $\alpha_i(M)$ étant constante, égale à 1 pour chaque point M de D_h , on obtient :

$$c_{hh} = \int_{D_h} \alpha_h(M) dM = A_h$$

où A_h est la surface du discoïde D_h .

Pour les mêmes raisons, l'expression du nouveau facteur de forme $\mathcal{F}_{hk|k}$ se simplifie en :

$$\mathcal{F}_{hk|k} = A_h F_{hk}$$

où F_{hk} est le facteur de forme classique entre les deux facettes identifiées par les indices h et k .

Nous retrouvons finalement l'équation de la radiosité classique :

$$A_h B_h = A_h E_h + A_h \rho_h \sum_{k=1}^{N_D} B_k F_{hk}$$

3 Implantation

Dans cette partie, nous décrivons comment implanter ce modèle de radiosité. Comme en radiosité classique, nous utilisons un algorithme à deux passes. La première passe consiste à résoudre le système d'équations de radiosité (9), et la seconde passe utilise un algorithme dépendant du point de vue pour générer l'image finale.

Une approche similaire à la méthode des raffinements progressifs [CCWG88] peut être développée pour réaliser la première passe. Nous exprimons pour cela la contribution de la radiosité latente de D_k à la radiosité (et à la radiosité latente) de tous les autres discoïdes D_h . Mais contrairement à la méthode classique, cette énergie doit être distribuée sur tous les discoïdes qui recouvrent D_h (incluant D_h lui-même). La contribution de radiosité latente ΔB_k du discoïde D_k sur la radiosité des discoïdes superposant D_h est définie par :

$$EC = \sum_{i/D_i \cap D_h \neq \emptyset} \rho_i \mathcal{F}_{ih|k} \Delta B_k$$

Cette énergie doit être distribuée aux discoïdes admettant une zone de superposition avec D_h de façon à vérifier la relation :

$$\sum_{i/D_i \cap D_h \neq \emptyset} \Delta B_i c_{ih} = EC$$

Comme c_{ih} peut être assimilé à la surface $D_i \cap D_h$ illuminée par D_k , cette surface émet une proportion $c_{ih} / \sum_{j/D_j \cap D_h \neq \emptyset} c_{jh}$ de l'énergie EC . Cette variation d'énergie correspond à une variation de radiosité du discoïde D_i :

$$\Delta B_i = \frac{c_{ih}}{\sum_{j/D_j \cap D_h \neq \emptyset} c_{jh}} \frac{EC}{A_i}$$

Nous en déduisons l'algorithme suivant :

```

// initialisation
pour chaque discoïde Dh
faire
    DeltaBh = Eh
    Bh = Eh
fait
// raffinements successifs
repete
    // selection de l'emetteur Dk
    Dk = discoïde de valeur Ckk*DeltaBk maxi
    // calcule de SumCjh
    pour chaque discoïde Dh
    faire
        SumCjh = 0
        pour chaque discoïde Dj recouvrant Dh
        faire
            sumCjh += Cjh
    fait
    // energie totale recue par Dh
    Ec = 0
    pour chaque discoïde Di recouvrant Dh
    faire
        calculer Fihk
        Ec += Fihk*Rhoi*DeltaBk
    fait
    // repartition de l'energie
    pour chaque discoïde Di recouvrant Dh
    faire
        Drad = Ec*Cih/(SumCih*Ai)
        Bi += Drad
        DeltaBi += Drad
    fait
    // place la radiosite latente de Dk a 0
    DeltaBk = 0
jusqu'a convergence

```

4 Résultats et discussion

4.1 Considérations géométriques

La figure 5 présente la disposition et la forme des discoïdes dans une scène simple constituée d'une pièce contenant un cube éclairé par un spot. Nous utilisons ici deux types de discoïdes : des disques et des carrés. Les discoïdes carrés nous permettent de définir précisément les arêtes du cube intérieur mais d'autres modélisations sont toujours possibles (en utilisant par exemple des disques de petite taille pour construire les arêtes).

La modélisation à l'aide d'atlas de discoïdes laisse une grande liberté de choix pour la taille, la forme et la disposition des discoïdes. Par exemple, une disposition régulière n'est pas forcément la meilleure solution, et de plus une disposition aléatoire ne change pas la complexité du traitement.

Ce nouveau modèle simplifie la complexité géométrique en réduisant les contraintes topologiques entre les différents discoïdes. Par conséquent de nombreux problèmes de construction géométrique et de stockage disparaissent. Chaque surface est définie par une simple liste de discoïdes. De même, les surfaces, qu'elles soient simples (plans) ou complexes (cf. figures 6, 7 et 9) sont définies de façon analogues et sont rendues par le même algorithme.



FIG. 5 – *Geometrie des discoïdes.*

La figure 6 présente une salle dans laquelle est placé un tas de sable éclairé par deux sources (une à gauche et une au plafond). La figure 7 représente une scène d'une grotte où les parois et le sol sont définis par des atlas de disques. Les disques sont placés régulièrement sur la paroi et leur orientation est bruitée de façon à rendre les irrégularités de la roche. Enfin, la figure 9 montre l'intérieur d'un tunnel éclairé par plusieurs sources placées sur la paroi.

4.2 Le rendu

Il est aussi intéressant de remarquer que différents niveaux de rendu sont obtenus en utilisant le même algorithme mais en choisissant différentes fonctions β .

La figure 8a montre la scène de la figure 5 rendue en utilisant une fonction constante pour chaque discoïde. Ce choix met en évidence les zones de superposition entre les discoïdes. Dans l'image 8b, nous utilisons une fonction β qui varie continuellement depuis 1 au centre du disque jusqu'à 0 sur la périphérie de chaque disque afin d'obtenir un rendu plus réaliste similaire à un lissage de Gouraud.

En radiosité classique, différents défauts visuels apparaissent dans les directions prépondérantes du maillage de facettes polygonales lors du lissage de Gouraud. Ces défauts sont évités dans notre méthode par l'utilisation de disco ides circulaires qui n'admettent pas de directions prépondérantes.

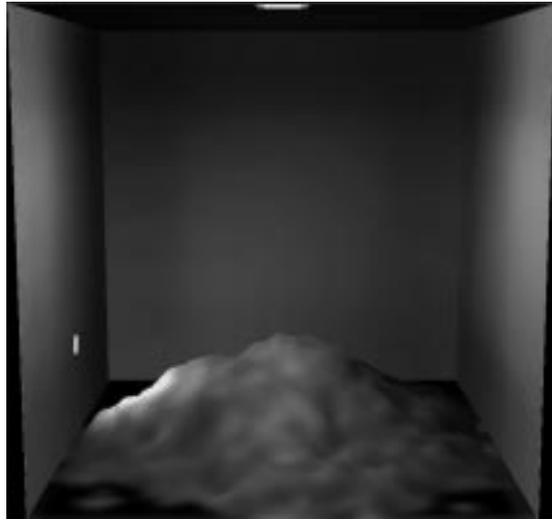


FIG. 6 – *Un tas de sable.*

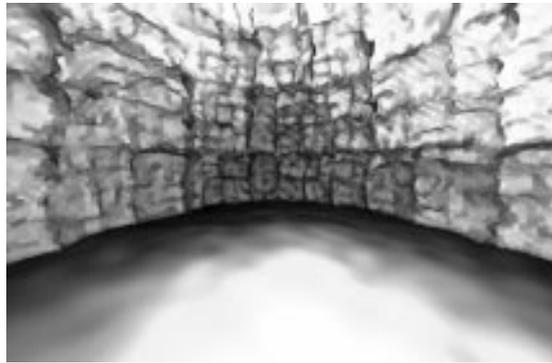


FIG. 7 – *Une grotte.*

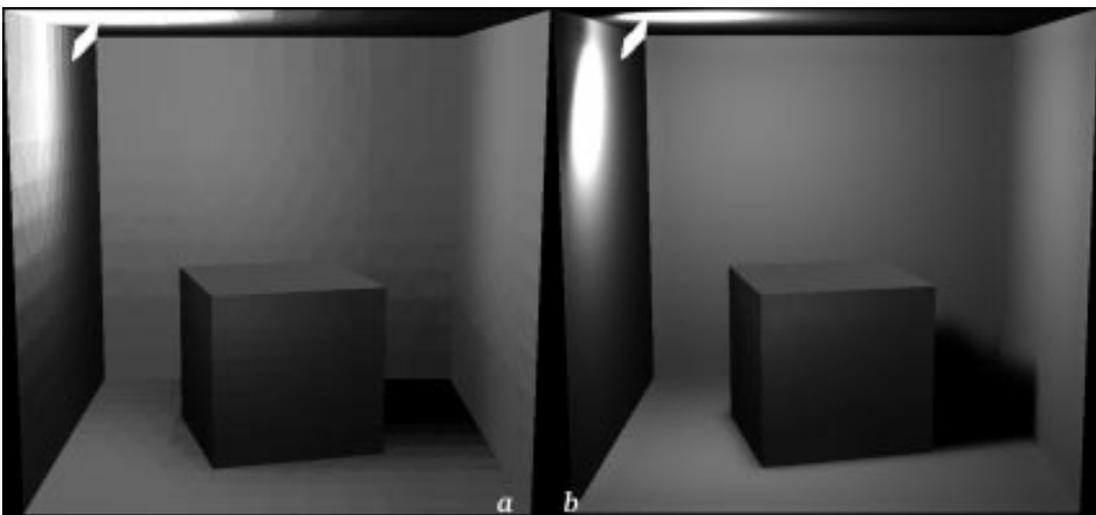


FIG. 8 – *Cas d'une fonction β_i constante (a) puis variant de 1 à 0 (b)*

Les temps de calcul sont similaires à ceux obtenus avec un algorithme de radiosité classique. Par exemple, si on considère la scène de la figure 9 composée de 6400 disques, une itération de raffinements successifs dure en moyenne environ 15 secondes ( valu  sur un Pentium II 450). Le calcul des coefficients géométriques $c_{i,j}$ peut être réalisé préalablement au rendu, il nécessite des temps de calcul assez important : environ 4 minutes dans ce cas.

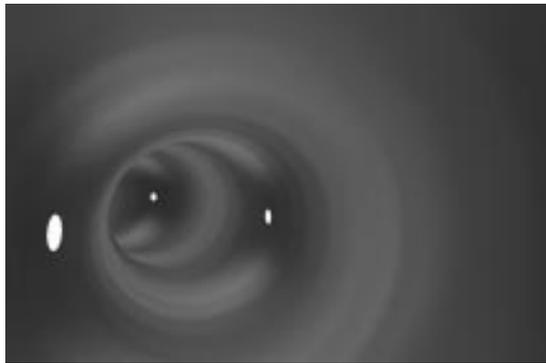


FIG. 9 – l’intérieur d’un tunnel.

La complexité d’une itération de résolution par raffinements successifs en radiosité classique est $O(\text{nombre de facettes})$, la complexité de cette même itération avec notre algorithme est $O(N_D)$. Cependant, il s’avère dans la pratique que nous avons besoin de moins de discoïdes que de facettes pour obtenir un résultat équivalent ([AMP99]) car le “niveau de détail” dépend plus de la taille des zones de superposition entre discoïdes que du nombre de discoïdes.

5 Conclusion

Dans cet article, nous présentons une nouvelle approche permettant le rendu d’une grande variété de surfaces. Un nouveau modèle géométrique (les atlas de discoïdes) nous permet de définir une nouvelle base de fonctions pour résoudre l’équation de rendu. Cette méthode permet de généraliser le modèle de radiosité classique.

Références

- [AM95] D. Arques and S. Michelin. A new radiosity approach for regular objects: application to ruled surface. In *Eurographics’95, Computer Graphics Forum*, volume 14(3), pages 299–310, 1995.
- [AMP99] D. Arques, S. Michelin, and B. Piranda. The Atlas System: a new model for Complex Surfaces. In *revision to Computer Graphics Forum*, 1999.
- [Bli82] J.F. Blinn. A generalization of algebraic surface drawing. In *ACM Transactions on Graphics*, volume 1(3), pages 235–256, 1982.
- [CCWG88] M. Cohen, S. Chen, J. Wallace, and D. Greenberg. A Progressive Refinement Approach for Fast Radiosity Image Generation. In *Siggraph’88, Computer Graphics*, volume 22(4), pages 74–84, 1988.
- [CF90] A. T. Campbell and D. S. Fussell. Adaptive Mesh Generation for Global Diffuse Illumination. In *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH ’90 Proceedings)*, volume 24(4), pages 155–164, August 1990.
- [FDFH90] J. Foley, A. Van Dam, S. Feiner, and J. Hugues. *Computer graphics: principles and practice*. Addison Wesley, 2nd edition, 1990.
- [Gla89] A. Glassner. *An Introduction to ray-tracing*. Academic Press, 1989.
- [GSCH93] S. J. Gortler, P. Schroder, M. F. Cohen, and P. Hanrahan. Wavelet Radiosity. In *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, 1993 (ACM SIGGRAPH ’93 Proceedings)*, pages 221–230, 1993.
- [GTGB84] C. Goral, K. Torrance, D. Greenberg, and B. Battaile. Modeling the interaction of light between diffuse surfaces. In *Siggraph’84, Computer Graphics*, volume 18(3), pages 213–222, 1984.
- [HSA91] P. Hanrahan, D. Salzman, and L. Aupperle. A Rapid Hierarchical Radiosity Algorithm. In *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH ’91 Proceedings)*, volume 25(4), pages 197–206, July 1991.

- [Kaj86] T. Kajiya. The Rendering Equation. In *Computer Graphics (ACM SIGGRAPH '86 Proceedings)*, volume 20(4), pages 143–150, August 1986.
- [LG95] M. Lucente and T. Galyean. Rendering interactive holographic images. In *Siggraph'95, Computer Graphics, annual conference series*, pages 387–394, 1995.
- [NN94] T. Nishita and E. Nakamae. Method of displaying optical effects within water using accumulation buffer. In *Siggraph'94, Computer Graphics, annual conference series*, pages 373–379, 1994.
- [RT87] H. Rushmeier and K. Torrance. The zonal method for calculating light intensities in the presence of participating medium. In *Siggraph'87, Computer Graphics*, volume 21(4), pages 293–302, 1987.
- [SP89] F.-X. Sillion and C. Puech. A general two-pass method integrating specular and diffuse reflection. In *Siggraph'89, Computer Graphics*, volume 23(3), pages 335–344, 1989.
- [SP94] F.-X. Sillion and C. Puech. Radiosity and global illumination. In *Morgan Kaufmann Publishers Inc.*, 1994.
- [Whi80] T. Whitted. An improved illumination model for shaded display. In *Communication of the ACM*, volume 23(6), pages 343–349, 1980.
- [Zat93] H. R. Zatz. Galerkin Radiosity: A Higher Order Solution Method for Global Illumination. In *Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, 1993 (ACM SIGGRAPH '93 Proceedings)*, pages 213–220, 1993.