Université de Marne-La-Vallée
Institut Gaspard MONGE

Maîtrise d'Informatique **Module de Traitement d'Images**

CORRIGĒ

EXAMEN

Année 2002-2003

On répondra directement sur les quatre feuilles d'examen en indiquant en pied de page ses NOM et Prénom. L'usage de tout document (exceptée la copie du voisin) est permis.

1. X-Window - Visual

Dans X-Window, quelle différence y-a-t'il entre un « Visual PseudoColor » et un « Visual TrueColor » ?

Trois (3) différences :

2

	PseudoColor	TrueColor
Nombre de colormaps (LUTs)	1	3
Nombre de composantes en sortie	3 (R et G et B)	1 (R ou G ou B)
Contenu de la colormap modifiable	OUI	NON

2. Traitement radiométrique

Quelle différence y-a-t'il entre un « traitement radiométrique global » et un « filtrage adaptatif » ?

2

Un **traitement radiométrique global** fait correspondre à toute valeur radiométrique r_n ($n=0..2^d-1$, où d est le nombre de bits par pixel) dans l'image en entrée toujours la même valeur $LUT(r_n)$. Cette valeur pourra être pré-calculée et rangée dans un tableau LUT avant le traitement de l'image.

Un **filtrage adaptatif** fait correspondre à chaque pixel (i,j) une valeur radiométrique R'(i,j) qui dépend de la radiométrie R(i,j) du pixel et des statistiques locales calculées dans une fenêtre centrée en (i,j).

3. Filtrage convolutif

Quel est le filtre équivalent au filtrage gradient W-E 3x3 de gain 10/6 et d'offset 128 appliqué à une image préalablement filtrée par un filtre gaussien 3x3 classique ? Justifier sa réponse en montrant les calculs effectués.

2

$$Filtre=\frac{10}{6}\times\begin{vmatrix}-1 & 0 & +1\\ -1 & 0 & +1\\ -1 & 0 & +1\end{vmatrix}\circ\left[\frac{1}{16}\times\begin{vmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & 4 & 2\\ 1 & 2 & 1\end{vmatrix}\right]+128$$

$$Filtre=\frac{10}{6}\times\frac{1}{16}\times\left|\begin{array}{ccccc}
\begin{bmatrix}-1\times1 & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} & \begin{bmatrix}-1\times2 & 0\times1 & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} & \begin{bmatrix}-1\times1 & 0\times2 & 1\times1\\ & & \\ & & \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} & 0\times1 & 1\times2\\ & & \\ & & \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} & & 1\times1\\ & & \\ & & \end{bmatrix}\\
\begin{bmatrix}-1\times2 & & \\ -1\times1 & & \\ & & \end{bmatrix} & \begin{bmatrix}-1\times4 & 0\times2 & \\ -1\times2 & 0\times1 & \\ & & \end{bmatrix} & \begin{bmatrix}-1\times2 & 0\times4 & 1\times2\\ -1\times1 & 0\times2 & 1\times1\\ & & \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} & 0\times2 & 1\times4\\ & 0\times1 & 1\times2\\ & & \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} & & 1\times2\\ & & 1\times1\\ & & \end{bmatrix}\\
\begin{bmatrix}-1\times1 & & \\ -1\times2 & & \\ -1\times1 & & \end{bmatrix} & \begin{bmatrix}-1\times2 & 0\times1 & \\ -1\times4 & 0\times2 & \\ -1\times2 & 0\times1 & \end{bmatrix} & \begin{bmatrix}-1\times1 & 0\times2 & 1\times1\\ -1\times2 & 0\times4 & 1\times2\\ -1\times1 & 0\times2 & 1\times1\end{bmatrix} & \begin{bmatrix} & 0\times1 & 1\times2\\ & 0\times2 & 1\times4\\ & 0\times1 & 1\times2\end{bmatrix} & \begin{bmatrix} & & 1\times1\\ & & 1\times2\\ & & 1\times1\end{bmatrix}\\
\begin{bmatrix} & & \\ -1\times1 & & \\ -1\times2 & & \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} & & \\ -1\times2 & 0\times1 & \\ -1\times4 & 0\times2 & \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} & & \\ -1\times1 & 0\times2 & 1\times1\\ -1\times2 & 0\times4 & 1\times2\end{bmatrix} & \begin{bmatrix} & & \\ & 0\times1 & 1\times2\\ & 0\times2 & 1\times4\end{bmatrix} & \begin{bmatrix} & & \\ & & 1\times1\\ & & 1\times2\end{bmatrix}\\
\begin{bmatrix} & & \\ & & \\ -1\times1 & & \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ -1\times2 & 0\times1 & \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ -1\times1 & 0\times2 & 1\times1\end{bmatrix} & \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & 0\times1 & 1\times2\end{bmatrix} & \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & 1\times1\end{bmatrix}
\end{array}\right|+128$$

$$Filtre=\frac{10}{96}\times\begin{vmatrix}-1 & -2 & 0 & +2 & +1\\ -3 & -6 & 0 & +6 & +3\\ -4 & -8 & 0 & +8 & +4\\ -3 & -6 & 0 & +6 & +3\\ -1 & -2 & 0 & +2 & +1\end{vmatrix}+128$$

4. Organisation physique et statistiques d'images de synthèse

Soient deux canaux d'une image de synthèse de taille 5 lignes x 4 colonnes et générés comme suit :

- Canal 1 : $r_1(i,j) = i + j$
- Canal 2 : $r_2(i,j) = \begin{cases} 0 & \text{si i est pair} \\ 1 & \text{si i est impair} \end{cases}$

Avec :

- i=0..4, indice des lignes, et
- j=0..3, indice des colonnes (ou pixels par ligne).

a. Donner le contenu des fichiers image dans les organisations suivantes :

2

BSQ

Canal 1

	0			3
0	0	1	2	3
	1	2	3	4
	2	3	4	5
	3	4	5	6
4	4	5	6	7

Canal 2

	0			3
0	0	0	0	0
	1	1	1	1
	0	0	0	0
	1	1	1	1
4	0	0	0	0

BIL

Canal 1
Canal 2

	0			3
0	0	1	2	3
0	0	0	0	0
	1	2	3	4
	1	1	1	1
	2	3	4	5
	0	0	0	0
	3	4	5	6
	1	1	1	1
4	4	5	6	7
4	0	0	0	0

BIP

Canal 1 Canal 2

	0	0					3	3
0	0	0	1	0	2	0	3	0
	1	1	2	1	3	1	4	1
	2	0	3	0	4	0	5	0
	3	1	4	1	5	1	6	1
4	4	0	5	0	6	0	7	0

b. Calculer les moyennes et écart-types de chacun des canaux de cette image de synthèse :

2

Canal 1

$$\overline{m}_1 = \frac{1\times0+2\times1+3\times2+4\times3+4\times4+3\times5+2\times6+1\times7}{5\times4}$$

$$\overline{m}_1 = \frac{70}{20}$$

$$\overline{m}_1 = 3{,}5$$

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{1\times0^2+2\times1^2+3\times2^2+4\times3^2+4\times4^2+3\times5^2+2\times6^2+1\times7^2}{5\times4} - \left(\overline{m_1}\right)^2}$$

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{0+2+12+36+64+75+72+49}{20} - 3{,}5^2} = \sqrt{\frac{310}{20} - 12{,}25} = \sqrt{3{,}25}$$

$$\sigma_1 = 1{,}802775638$$

Canal 2

$$\overline{m}_2 = \frac{12\times0+8\times1}{5\times4}$$

$$\overline{m}_2 = \frac{8}{20}$$

$$\overline{m}_2 = 0{,}4$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{12\times0^2+8\times1^2}{5\times4} - \left(\overline{m_2}\right)^2}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{8}{20} - 0{,}4^2} = \sqrt{0{,}4 - 0{,}16} = \sqrt{0{,}24}$$

$$\sigma_2 = 0{,}489897948\ldots$$

5. Transformation radiométrique globale définie par morceaux

Soit une image en niveaux de gris dont les pixels sont représentés sur 8 bits et dont on a préalablement calculé l'histogramme H(i), i=0..255.

a. Donner la formule permettant de calculer le nombre de pixels de l'image.

1

$$\boxed{N=\sum_{i=0}^{255} H(i)}$$

b. Par quelle méthode, pourrait-on interpoler la valeur médiane r_m des valeurs radiométriques de cette image ?

1

Soit i_0 tel que $\boxed{\sum_{i=0}^{i_0-1} H(i) < \frac{N}{2} \leq \sum_{i=0}^{i_0} H(i)}$ (i_0 est calculé en cumulant les valeurs de l'histogramme jusqu'à atteindre N/2), la valeur médiane est interpolée linéairement entre (i_0-1) et i_0 par la formule :

$$\boxed{r_m=(i_0-1)+\frac{\frac{N}{2}-\sum_{i=0}^{i_0-1} H(i)}{\sum_{i=0}^{i_0} H(i)-\sum_{i=0}^{i_0-1} H(i)}=(i_0-1)+\frac{\frac{N}{2}-\sum_{i=0}^{i_0-1} H(i)}{H(i_0)}}$$

c. Par quelle méthode, pourrait-on interpoler la valeur radiométrique r_a telle que 5% des pixels de l'image ont une valeur radiométrique inférieure à r_a ?

0,5

Soit i_0 tel que $\boxed{\sum_{i=0}^{i_0-1} H(i) < \frac{5}{100}\times N \leq \sum_{i=0}^{i_0} H(i)}$, $\boxed{r_a=(i_0-1)+\frac{\frac{5}{100}\times N-\sum_{i=0}^{i_0-1} H(i)}{H(i_0)}}$

d. Par quelle méthode, pourrait-on interpoler la valeur radiométrique r_b telle que 5% des pixels de l'image ont une valeur radiométrique supérieure à r_b ?

0,5

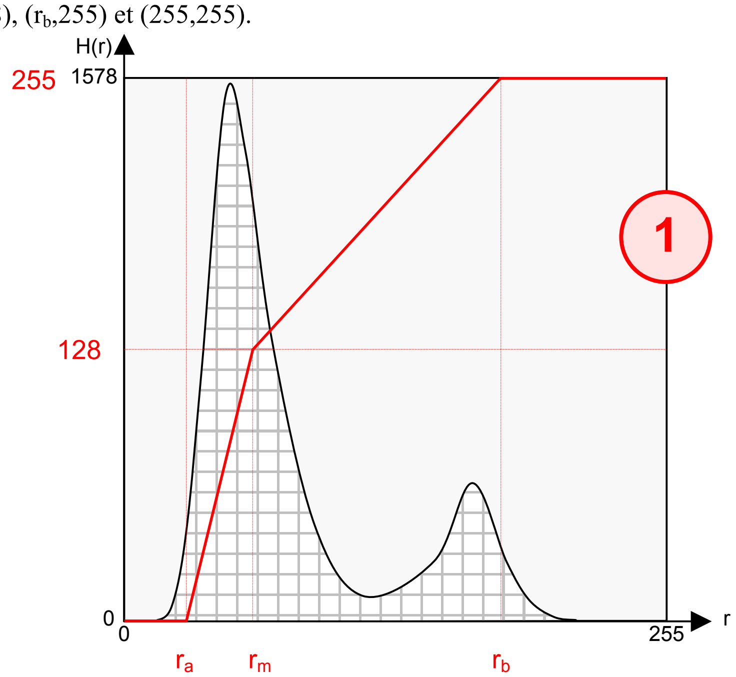
Soit i_0 tel que $\boxed{\sum_{i=0}^{i_0-1} H(i) < \frac{95}{100}\times N \leq \sum_{i=0}^{i_0} H(i)}$, $\boxed{r_b=(i_0-1)+\frac{\frac{95}{100}\times N-\sum_{i=0}^{i_0-1} H(i)}{H(i_0)}}$

e. Donner la définition mathématique de la fonction f(r) réalisant un stretching linéaire par morceaux. Cette fonction passe par les points (0,0), (r_a,0), (r_m,128), (r_b,255) et (255,255).

1

$$\boxed{f(r)=\begin{cases} 0 & 0\leq r\leq r_a \\ 128\times\frac{r-r_a}{r_m-r_a} & r_a<r\leq r_m \\ 128+127\times\frac{r-r_m}{r_b-r_m} & r_m<r\leq r_b \\ 255 & r_b<r\leq 255 \end{cases}}$$

Illustrer graphiquement la fonction f(r) sur le graphe dont l'histogramme est donné ci-contre.



1

Université de Marne-La-Vallée
Institut Gaspard MONGE

6. Bruitage d'une image

On cherche à corrompre une image originale de distribution r(i,j), i=0..(M-1), j=0..(N-1) par un bruit gaussien additif G(t).

Image bruitée: $$r'(i,j) = r(i,j) + A \times \left[G(t) - 0.5\right] \qquad \text{(Eq. 1)}$$

Avec:

- A — amplitude du bruit,
- $G(t) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \times e^{\frac{-t^2}{2\sigma^2}}$ — où t ∈ [-0.5,+0.5] et G(t) ∈ [0,1] (Eq. 2)
- $\overline{m_G} = 0$ — moyenne du bruit gaussien G,
- σ — écart-type du bruit gaussien G.

Pour ce faire, on utilise la fonction drand48 de la librairie en langage C qui retourne un nombre flottant en double précision et dont la distribution est <u>uniformément répartie</u> dans l'intervalle [0,1]. Les tirages aléatoires de drand48 sont « reventilés » pour que leur distribution suive la loi gaussienne définie ci-dessus.

Une méthode informatique consiste à adapter « l'histogramme » de la distribution uniforme drand48 sur « l'histogramme » de la distribution gaussienne. On peut par exemple conserver les valeurs G(t) de la fonction de Gauss dans un tableau gauss[i], i=0..(P-1) où P défini la précision désirée (ex. P=1000) et où t vaudrait $\frac{i-P/2}{P}$.

Ecrire le programme dans un langage symbolique qui permettrait d'ajouter un bruit Gaussien à une image originale r(i,j).

1. Initialiser la LUT de conversion (distribution uniforme → distribution Gaussienne)

1.1. Initialiser le tableau donnant les valeurs de distribution Gaussienne

```
1       Pour i←0, i<P, i←i+1 Faire
            gauss[i] ← 1/(σ*√2π)*exp[-((i-P/2)/P)²/(2σ²)]
        FinFaire
```

1.2. Calculer la distribution cumulée de Gauss

```
1       Pour i←1, i<P, i←i+1 Faire
            gauss[i] ← gauss[i-1] + gauss[i]
        FinFaire
```

1.3. Normaliser la distribution de Gauss entre 0 et 1 (le maximum est évidemment en (P-1))

```
1       Pour i←0, i<P, i←i+1 Faire
            gauss[i] ← gauss[i] / gauss[P-1]
        FinFaire
```

1.4. Initialiser la LUT de conversion qui à toute valeur équi-répartie dans [0,(P-1)] fera correspondre une valeur dans l'intervalle [0,(P-1)] selon une densité de probabilité d'une distribution Gaussienne

```
        j ← 0
        Pour i←0, i<P, i←i+1 Faire
            Tant que (j < P-1) et (gauss[j] < i/(P-1)) Faire
1               j ← j + 1
            FinFaire
            lut[i] ← j                  (Note : On peut ici raffiner en interpolant
                                        linéairement la valeur de lut[i])
        FinFaire
```

2. Ajouter le bruit Gaussien à l'image

```
    Pour i←0, i<M, i←i+1 Faire                          Boucle sur les lignes
        Pour j←0, j<N, j←j+1 Faire                      Boucle sur les colonnes
1           k ← drand48() * (P - 1)                     Réaliser un tirage uniforme dans l'intervalle [0,P-1]
            r[i,j] ← r[i,j] +  A * [ lut[k] / (P-1)  -  0.5 ]   Ajouter le bruit à la radiométrie du pixel
        FinFaire
    FinFaire
```