Université de Marne-La-Vallée
Institut Gaspard MONGE

Maîtrise d'Informatique **Module de Traitement d'Images**

EXAMEN

CORRIGĒ

Année 2003-2004

On répondra directement sur les quatre feuilles d'examen en indiquant en pied de page ses NOM et Prénom. L'usage de tout document (exceptée la copie du voisin) est permis.

1. Organisation physique et distributions

Soit une image de trois canaux de dimension 3 lignes x 4 colonnes. Cette image est stockée dans un fichier dont le contenu est :

`4 9 8 7 15 0 9 19 0 10 21 0 6 13 8 5 11 8 7 15 0 9 19 0 7 15 0 4 9 8 4 9 8 0 1 8`

a. Sachant que l'un des canaux est binaire, indiquer en l'entourant quelle est l'organisation des images :

BSQ **BIL** **BIP**

b. Retrouver les valeurs des pixels pour chacun des trois canaux.

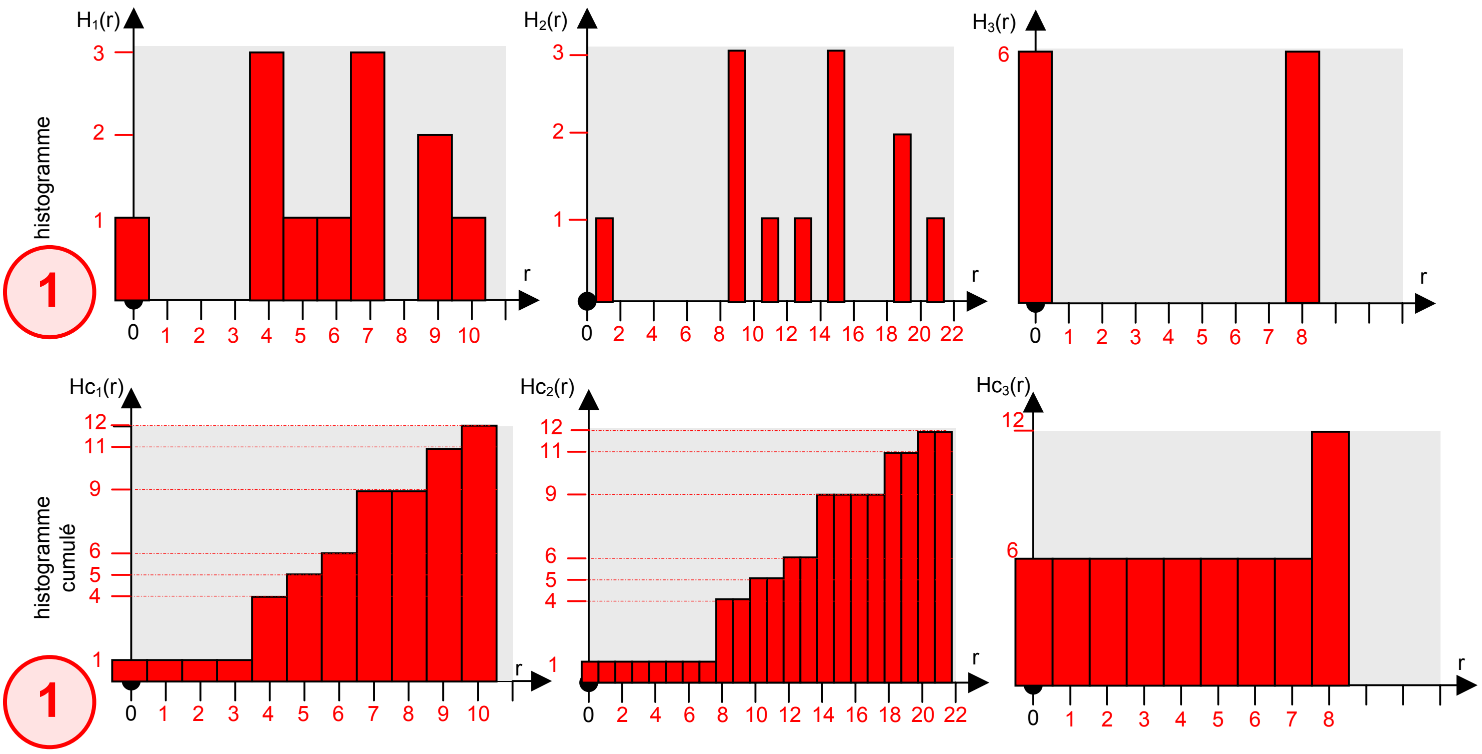
1

Canal 1 – $r_1(i,j)$			
4	7	9	10
6	5	7	9
7	4	4	0

Canal 2 – $r_2(i,j)$			
9	15	19	21
13	11	15	19
15	9	9	1

Canal 3 – $r_3(i,j)$			
8	0	0	0
8	8	0	0
0	8	8	8

c. Tracer le plus soigneusement possible les histogrammes (H_i en première ligne) et histogrammes cumulés (Hc_i en seconde ligne) de chaque canal en reportant précisément les valeurs des graduations.



d. Les canaux 1 et 2 sont très corrélés. Trouver la relation mathématique existant entre la distribution r_2 et r_1.

1

$$\boxed{r_2(i,j) = 2 \times r_1(i,j) + 1} \qquad \text{(Eq. 1)}$$

e. Compte tenu de cette relation (eq. 1), exprimer la moyenne m_2 de la distribution $r_2(i,j)$ en fonction de la moyenne m_1 de la distribution $r_1(i,j)$ en détaillant toutes les étapes du calcul.

1

$$\overline{m_2} = \frac{1}{3\times 4} \times \sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{3} r_2(i,j) = \frac{1}{12} \times \sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{3} \left[2\times r_1(i,j)+1\right]$$

$$\overline{m_2} = 2\times\frac{1}{12} \times \sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{3} r_1(i,j) + \frac{1}{12} \times \sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{3} 1 = 2\times\overline{m_1}+1$$

f. Compte tenu de cette relation (eq. 1), exprimer l'écart-type σ_2 de la distribution $r_2(i,j)$ en fonction de l'écart-type σ_1 de la distribution $r_1(i,j)$ en détaillant toutes les étapes du calcul.

1

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{3\times 4} \times \sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{3} \left[r_2(i,j)-\overline{m_2}\right]^2 = \frac{1}{3\times 4} \times \sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{3} \left[\left(2\times r_1(i,j)+1\right)-\left(2\times\overline{m_1}+1\right)\right]^2$$

$$\sigma_2^2 = 4\times\frac{1}{3\times 4} \times \sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{3} \left[r_1(i,j)-\overline{m_1}\right]^2 = 4\times\sigma_1^2$$

$$\Rightarrow \sigma_2 = 2\times\sigma_1$$

g. Trouver la relation mathématique existant entre la distribution r_3 et r_1.

1

$$r_3(i,j) = \begin{cases} 0 & \text{si } r_1(i,j) \geq 7 \\ 8 & \text{si } r_1(i,j) < 7 \end{cases}$$

h. Calculer les valeurs des moyennes et écart-types de chaque canal.

1

Canal 1 – $r_1(i,j)$	**Canal 2 – $r_2(i,j)$**	**Canal 3 – $r_3(i,j)$**
moyenne : m_1 = **6**	moyenne : m_2 = **13**	moyenne : m_3 = **4**
écart-type : σ_1 = **2,677…**	écart-type : σ_2 = **5,354…**	écart-type : σ_3 = **4**

2. Moyenne et médiane

a. Quelle est la différence entre la moyenne et la médiane ?

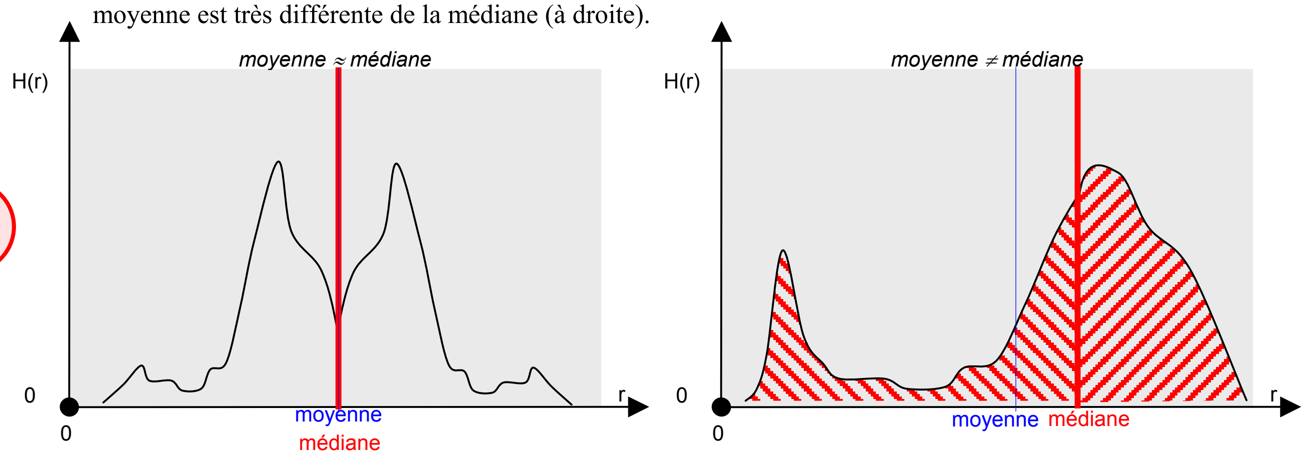
1

La <u>moyenne</u> est la somme des valeurs divisée par leur nombre.

La <u>médiane</u> est la N/2$^{\text{ième}}$ valeur parmi N.

b. Illustrer par l'histogramme le cas où la moyenne est à peu près égale à la médiane (à gauche) et le cas où la moyenne est très différente de la médiane (à droite).

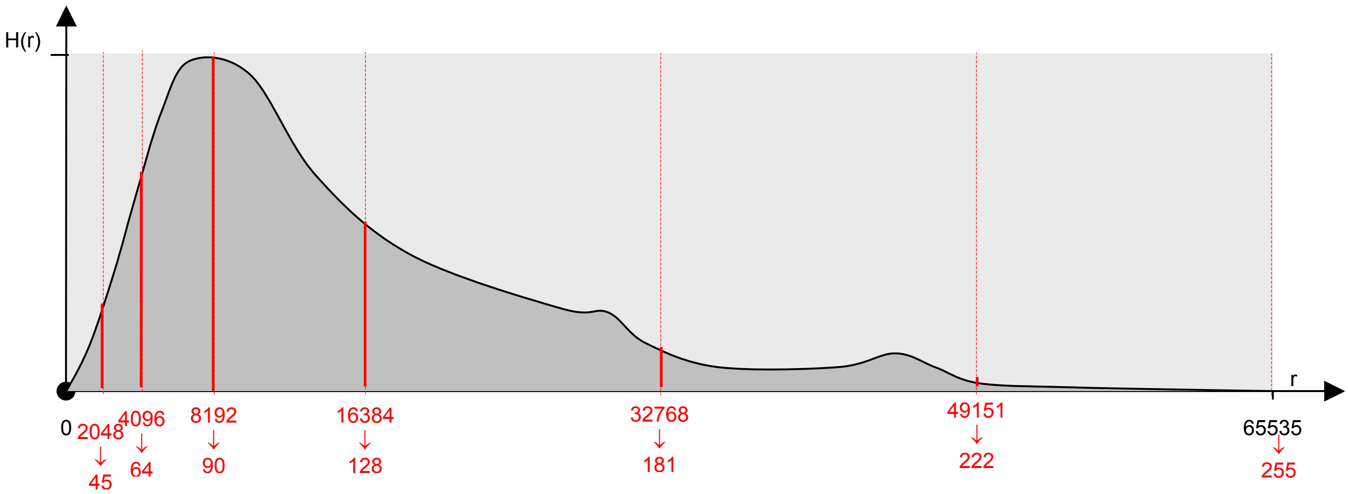
1



3. Racine carrée d'une distribution

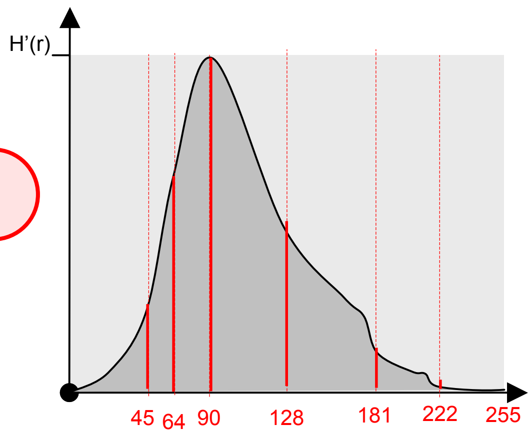
Lorsqu'une image est définie sur un large intervalle, par exemple les pixels codés sur 16 bits non signés appartiennent à l'intervalle [0,65535], et si la distribution des images présente une asymétrie comparable à celle illustrée par l'histogramme ci-dessous, la visualisation de l'image peut être améliorée en calculant la racine carrée de la valeur de chaque pixel de l'image. Dans le cas d'une image sur 16 bits en entrée, le résultat sera porté sur 8 bits permettant une représentation dans l'intervalle [0,255].

Les images Radar d'observation de la Terre présentent fréquemment un histogramme comme illustré ci-dessous.



a. Dessiner au mieux l'histogramme de l'image après le traitement « racine carrée ».

1



b. Le calcul de la racine carrée par un ordinateur est très coûteux. Imaginer et programmer une optimisation permettant de faire l'économie de ce calcul à chaque pixel.

2

```
int   lut[65536]

1. Initialiser la table de translation « lut »
Pour chaque radiométrie r=0..65535 Faire
     lut[r] ← √r
FinFaire

2. Appliquer la table de translation à chaque pixel de l'image MxN
Pour chaque ligne i=0..M Faire
     Pour chaque pixel j=0..N Faire
            image[i,j] ← lut[image[i,j]]
     FinFaire
FinFaire
```

4. Itérations du filtre gradient

Soit le filtre gradient défini par $\dfrac{\alpha}{2\text{x}3} \text{ x } \begin{array}{|c|c|c|}\hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} + 128$

a. Déterminer le gain, les coefficients et l'offset du filtre équivalent à deux (2) itérations de ce filtre gradient en détaillant la méthode de calcul.

$$Filtre = \left[\frac{\alpha}{2\times3}\times\begin{vmatrix} -1 & 0 & +1 \\ -1 & 0 & +1 \\ -1 & 0 & +1 \end{vmatrix} +128\right] \circ \left[\frac{\alpha}{2\times3}\times\begin{vmatrix} -1 & 0 & +1 \\ -1 & 0 & +1 \\ -1 & 0 & +1 \end{vmatrix} +128\right]$$

$$Filtre = \frac{\alpha}{2\times3}\times\frac{\alpha}{2\times3}\times\left|\begin{matrix}
\begin{bmatrix} -1\times-1 \\ \\ \\ \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1\times0 & 0\times-1 \\ & \\ & \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1\times1 & 0\times0 & 1\times-1 \\ & & \\ & & \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0\times1 & 1\times0 \\ & \\ & \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1\times1 \\ \\ \\ \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} -1\times-1 \\ -1\times-1 \\ \\ \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1\times0 & 0\times-1 \\ -1\times0 & 0\times-1 \\ & \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1\times1 & 0\times0 & 1\times-1 \\ -1\times1 & 0\times0 & 1\times-1 \\ & & \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0\times1 & 1\times0 \\ 0\times1 & 1\times0 \\ & \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1\times1 \\ 1\times1 \\ \\ \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} -1\times-1 \\ -1\times-1 \\ -1\times-1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1\times0 & 0\times-1 \\ -1\times0 & 0\times-1 \\ -1\times0 & 0\times-1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1\times1 & 0\times0 & 1\times-1 \\ -1\times1 & 0\times0 & 1\times-1 \\ -1\times1 & 0\times0 & 1\times-1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0\times1 & 1\times0 \\ 0\times1 & 1\times0 \\ 0\times1 & 1\times0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1\times1 \\ 1\times1 \\ 1\times1 \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} \\ -1\times-1 \\ -1\times-1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} & \\ -1\times0 & 0\times-1 \\ -1\times0 & 0\times-1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} & & \\ -1\times1 & 0\times0 & 1\times-1 \\ -1\times1 & 0\times0 & 1\times-1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} & \\ 0\times1 & 1\times0 \\ 0\times1 & 1\times0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \\ 1\times1 \\ 1\times1 \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} \\ \\ -1\times-1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} & \\ & \\ -1\times0 & 0\times-1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ -1\times1 & 0\times0 & 1\times-1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} & \\ & \\ 0\times1 & 1\times0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \\ \\ 1\times1 \end{bmatrix}
\end{matrix}\right| +128$$

2

$$Filtre = \frac{\alpha^2}{36}\times\begin{vmatrix} +1 & 0 & -2 & 0 & +1 \\ +2 & 0 & -4 & 0 & +2 \\ +3 & 0 & -6 & 0 & +3 \\ +2 & 0 & -4 & 0 & +2 \\ +1 & 0 & -2 & 0 & +1 \end{vmatrix} +128$$

1

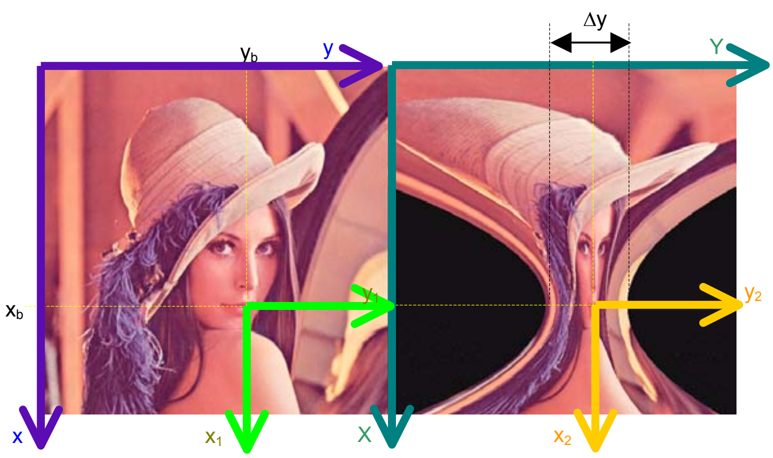
b. Ce filtre résultant est-il passe-haut, basse-bas ou passe-bande ?

passe-haut

c. Quel est le sens mathématique de ce filtre ?

1

Ce filtre réalise le calcul d'une dérivée seconde ouest-est.



5. Traitement géométrique

On cherche à réaliser un « effet sablier » centré sur la bouche (x_b,y_b) de Léna et illustré par la figure ci-contre.

a. Compléter les équations des modèles de déformation directe et inverse.

3

MDD	$\begin{cases} x_1 = x - x_b \\ y_1 = y - y_b \end{cases}$	$\begin{cases} x_2 = x_1 \\ y_2 = \left[\dfrac{x_1}{200}\right]^2 \times y_1 + \dfrac{\Delta y}{512} \times y_1 \end{cases}$	$\begin{cases} X = x_2 + x_b \\ Y = y_2 + y_b \end{cases}$
MDI	$\begin{cases} x = x_1 + x_b \\ y = y_1 + y_b \end{cases}$	$\begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \Big/ \left[\left[\dfrac{x_2}{200}\right]^2 + \dfrac{\Delta y}{512}\right] \end{cases}$	$\begin{cases} x_2 = X - x_b \\ y_2 = Y - y_b \end{cases}$