Université de Marne-La-Vallée
Institut Gaspard MONGE

Master d'Informatique **Module de Traitement d'Images**

ITI 2

EXAMEN

Année 2004-2005

CORRIGE

Recalage radiométrique de deux images

On répondra directement sur les quatre pages d'examen en indiquant en pied de page ses NOM et Prénom. L'usage de tout document (exceptée la copie du voisin) est permis.

Soient deux images présentant une zone de recouvrement, on désire « recaler » (c'est-à-dire ajuster) la radiométrie de l'image de travail (figure 2) par rapport à la radiométrie de l'image de référence (figure 1). En recalant la radiométrie de la seconde image sur la première, on pourra les assembler (voir figure 3) sans qu'un observateur ne puisse détecter la limite entre ces deux images (procédé de mosaïquage).

La géométrie des deux images a été préalablement traitée afin de les rendre parfaitement superposables moyennant une simple translation (i_0,j_0). La zone de recouvrement est délimitée par les coordonnées i_0, i_1 en lignes et j_0, j_1 en colonnes (figure 3) exprimées dans le référentiel de l'image 1. Dans les équations, on considérera que N pixels sont présents dans la zone de recouvrement.

Pour tout pixel (i,j) de la zone de recouvrement, on appellera $R_1(i,j)$ la valeur radiométrique dans l'image de référence et $R_2(i-i_0,j-j_0)$ la valeur du pixel correspondant dans l'image de travail.

1. Expression du stretching linéaire

Pour ajuster la dynamique de la seconde image (figure 5) sur la première (figure 4), on réalise un stretching linéaire qu'on peut exprimer soit sous la forme d'une droite :

$$\mathbf{LUT(R_2(i,j)) = A \times R_2(i,j) + B} \qquad \mathbf{(1)}$$

soit en indiquant les valeurs de la radiométrie r transformée selon sa position par rapport aux seuils a et b (voir figure 5).

a. Donner l'expression de ce système :

2

$$LUT\left(R_2(i,\ j)\right) = \begin{cases} a + \dfrac{255-a}{b} \times R_2(i,\ j) & si \quad R_2(i,\ j) \le b \\ 255 & si \quad R_2(i,\ j) > b \end{cases}$$

b. Exprimer a et b en fonction des coefficients A et B de la droite donnée à l'équation (1).

3

$$\begin{cases} A \times 0 + B & = & a \\ A \times b + B & = & 255 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a & = & B \\ b & = & \dfrac{255-B}{A} \end{cases}$$

NOM : ……………………… Prénom : ………………………

Figure 1 : image 1 (Référence)

Figure 2 : image 2 (Image de travail)

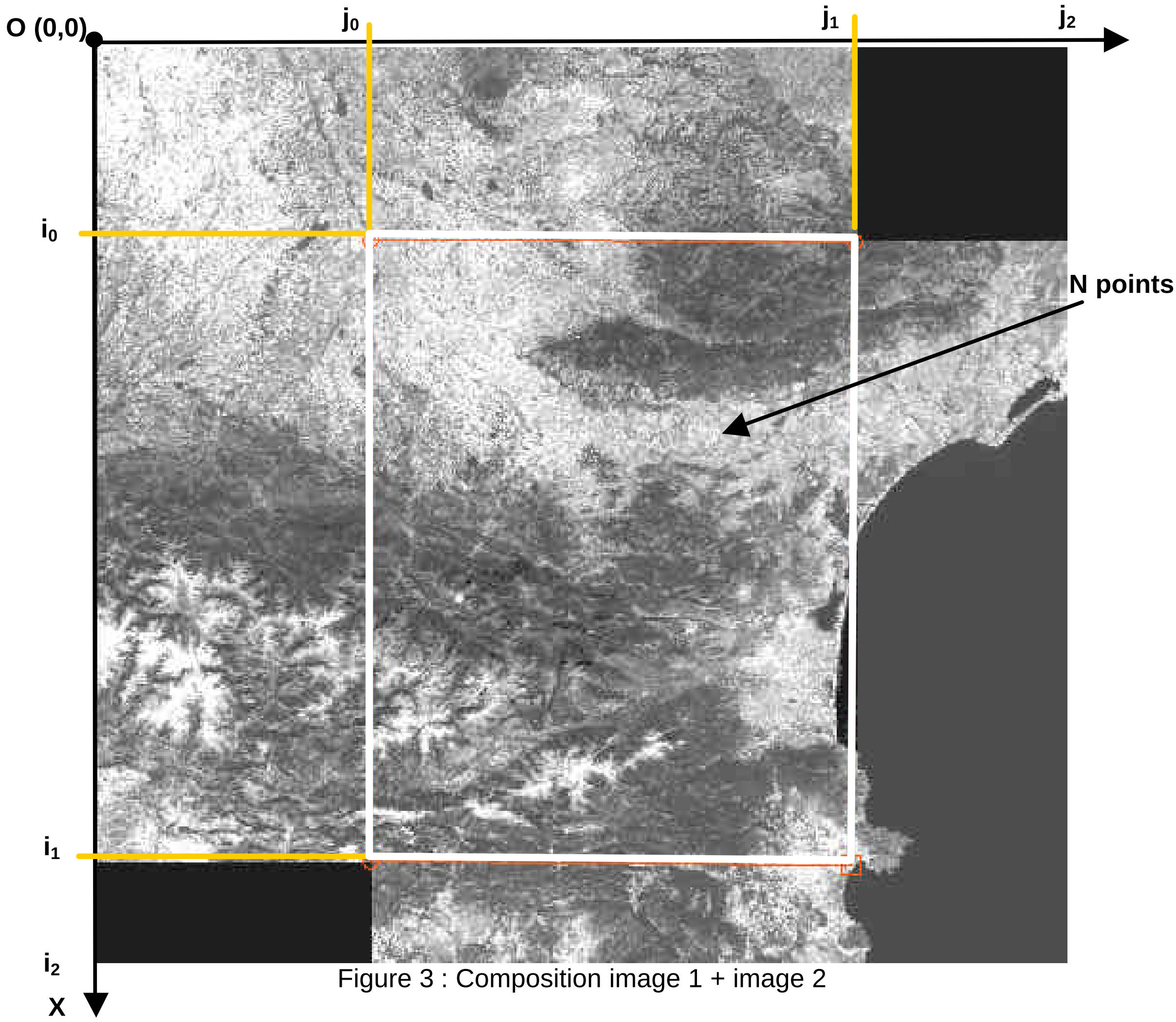

Figure 3 : Composition image 1 + image 2

NOM : ……………………… Prénom : ………………………

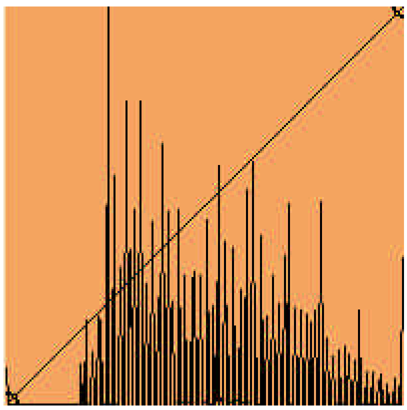

Figure 4 : histogramme de l'image 1

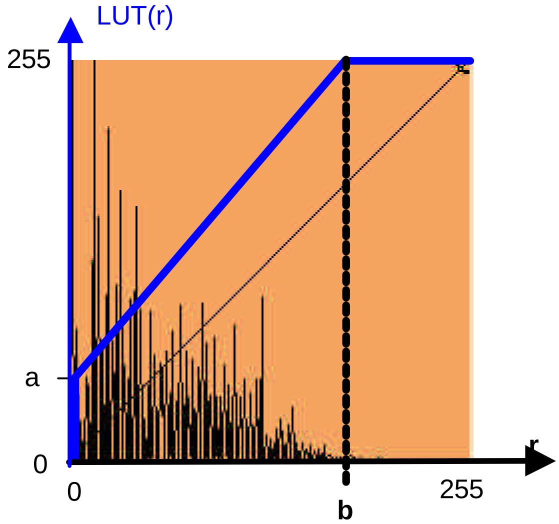

Figure 5 : histogramme de l'image 2

2. Ajustement par la technique des « moindres carrés »

Pour les N points de la zone de recouvrement, on cherche à réaliser le stretching exprimé par l'équation (1) de manière à s'approcher le plus possible de la radiométrie de l'image de référence :

$$\mathbf{R_1(i,j) \;@\; A \times R_2(i-i_0,j-j_0) + B} \qquad \mathbf{(2)}$$

a. Exprimer le « résidu » entre l'image de référence et l'image de travail transformée. Ce résidu, aussi appelé « erreur quadratique moyenne », somme pour tous les pixels de la zone de recouvrement les carrées des différences entre $R_1(i,j)$ et l'estimation $(A{\times}R_2(i-i_0,j-j_0)+B)$.

3

$$E^2 = \sum_{i=i_0}^{i_1}\sum_{j=j_0}^{j_1}\left[R_1(i,j) - \left[A\times R_2(i-i_0,j-j_0)+B\right]\right]^2$$

$$E^2 = \sum\sum\left[R_1^2 + A^2 R_2^2 + B^2 - 2A\,R_1 R_2 - 2B\,R_1 + 2AB\,R_2\right]$$

b. Pour minimiser ce résidus, on effectue les dérivées partielles par rapport aux deux inconnues A et B. Détailler le calcul aboutissant au système de deux équations linéaires à deux inconnues, qu'on résolvera.

2

$$\begin{cases} \dfrac{d(E^2)}{dA} = \sum\sum\left[2A\,R_2^2 - 2\,R_1 R_2 + 2B\,R_2\right] = 0 \\ \dfrac{d(E^2)}{dB} = \sum\sum\left[2B - 2\,R_1 + 2A\,R_2\right] = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A\times\sum\sum R_2^2 & + & B\times\sum\sum R_2 & = & \sum\sum R_1 R_2 \\ A\times\sum\sum R_2 & + & B\times N & = & \sum\sum R_1 \end{cases}$$

2

$$\Rightarrow \begin{cases} A = \dfrac{\sum\sum R_1 R_2 - \dfrac{\sum\sum R_1\times\sum\sum R_2}{N}}{\sum\sum R_2^2 - \dfrac{\left(\sum\sum R_2\right)^2}{N}} = \dfrac{\overline{R_1 R_2} - \overline{R_1}\times\overline{R_2}}{\overline{R_2^2} - \left(\overline{R_2}\right)^2} \\ B = \dfrac{\sum\sum R_1}{N} - A\times\dfrac{\sum\sum R_2}{N} = \overline{R_1} - A\times\overline{R_2} \end{cases}$$

NOM : ……………………… Prénom : ………………………

3. Programmation

Ecrire le programme qui permettrait de générer l'image composée à partir de deux images fournies en entrée en ne supposant connues que les tailles des images et la valeur du vecteur translation (i_0,j_0).

Ce programme peut être donné dans un langage symbolique (par exemple « Lire la ligne i de l'image 1… ») en prenant soin de bien identifier les éventuelles variables et les blocs d'instructions.

4

1. Calculer les coefficients A et B de régression linéaire
   1.1. Ouvrir les images 1 et 2
   1.2. Se positionner avant la ligne i_0 dans l'image 1
   1.3. Se positionner avant la ligne 0 dans l'image 2
   1.4. Initialiser les variables statistiques:
   $N \leftarrow 0$; $sum\_R1 \leftarrow 0$; $sum\_R2 \leftarrow 0$; $sum\_R1R2 \leftarrow 0$; $sum\_R2R2 \leftarrow 0$;
   1.5. Boucle sur les lignes de la partie de recouvrement : Faire pour i de $i_0 \rightarrow i_1$
      1.5.1. Lire la ligne i dans l'image 1 : $\rightarrow$ line1
      1.5.2. Lire la ligne ($i-i_0$) dans l'image 2 : $\rightarrow$ line2
      1.5.3. Boucle sur les pixels : Faire pour j de $j_0 \rightarrow j_1$
      $N \leftarrow N + 1$
      $sum\_R1 \leftarrow sum\_R1 + line1[j]$
      $sum\_R2 \leftarrow sum\_R2 + line2[j-j_0]$
      $sum\_R1R2 \leftarrow sum\_R1R2 + line1[j] \times line2[j-j_0]$
      $sum\_R2R2 \leftarrow sum\_R2R2 + line2[j-j_0] \times line2[j-j_0]$
   1.6. Calculer les coefficients A et B
   $A \leftarrow (sum\_R1R2 / N - (sum\_R1/N)\times(sum\_R2/N)) / (sum\_R2R2/N - (sum\_R2/N)\times(sum\_R2/N))$
   $B \leftarrow sum\_R1 / N - A \times sum\_R2 / N$

4

2. Calculer l'image composée
   2.1. Se positionner avant la ligne 0 dans l'image 1
   2.2. Se positionner avant la ligne 0 dans l'image 2
   2.3. Boucle sur les lignes de l'image composée : Faire pour i de $0 \rightarrow i_2$
      2.3.1. Affecter par défaut la valeur de background
      Boucle sur les pixels : Faire pour j de $0 \rightarrow j_2$
      line_compo[j] $\leftarrow$ background
      2.3.2. Si la ligne coupe l'image 1 : si ($0 \leq i \leq i_1$) alors
         2.3.2.1. Lire la ligne i dans l'image 1: $\rightarrow$ line1
         2.3.2.2. Reporter les valeurs de la ligne 1 : Boucle sur les pixels : Faire pour j de $0 \rightarrow j_1$
         line_compo[j] $\leftarrow$line1[j]
      2.3.3. Si la ligne coupe l'image 2 : si ($i_0 \leq i \leq i_2$) alors
         2.3.3.1. Lire la ligne ($i-i_0$) dans l'image 2: $\rightarrow$ line2
         2.3.3.2. Reporter les valeurs de la ligne 1 : Boucle sur les pixels : Faire pour j de $j_0 \rightarrow j_2$
         valeur $\leftarrow$A x line2[$j-j_0$] + B
         Tester les saturations
         Si (valeur < 0) alors
         line_compo[j] $\leftarrow$0
         Sinon Si (valeur > 255) alors
         line_compo[j] $\leftarrow$255
         Sinon
         line_compo[j] $\leftarrow$line2[$j-j_0$]
      2.3.4. Ecrire la ligne line_compo dans l'image de sortie
   2.4. Fermer les images 1 et 2

NOM : ……………………… Prénom : ………………………