



**CORRIGÉ**

**EXAMEN**

**Année 2008-2009**

On répondra directement sur les feuilles d'examen en indiquant en pied de page ses NOM et Prénom. L'usage de documents n'est pas autorisé.

**1. Statistiques**

Soit une image de M lignes par N colonnes ne comportant pas de pixels de *background*.

- a. Ecrire la formule mathématique calculant la moyenne  $\bar{m}$  en fonction des valeurs radiométriques  $R(i,j)$  des pixels.

1

$$\bar{m} = \frac{1}{M \times N} \times \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} R(i, j)$$

- b. Ecrire la formule mathématique calculant l'écart-type  $\sigma$  en fonction des valeurs radiométriques  $R(i,j)$  des pixels. On fournira les deux expressions mathématiques : -celle utilisée par les mathématiciens, -celle utilisée par les informaticiens et ne nécessitant qu'un passage dans l'image source

1

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{M \times N} \times \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} [R(i, j) - \bar{m}]^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{M \times N} \times \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} (R(i, j))^2 - (\bar{m})^2}$$

- c. Ecrire la définition mathématique de l'histogramme  $H(r)$  d'une image de M lignes par N colonnes, sans pixels de background et dont chaque pixel est codé sur 6 bits non signés.

1

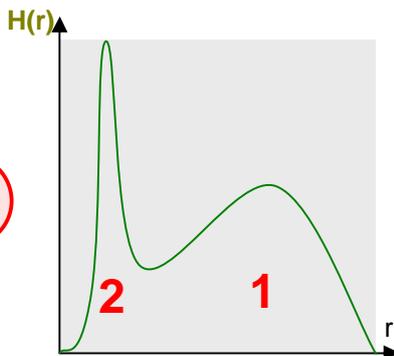
Les pixels  $R(i,j)$  prennent leur valeurs dans l'intervalle  $[0, 2^6-1]$ , soit  $[0, 63]$

$$\forall r \in [0, 63], H(r) = \text{Card} ( \{ R(i,j)=r, i=0..(M-1), j=0..(N-1) \} )$$

**2. Histogrammes**

En examinant l'histogramme des deux images suivantes, commentez les caractéristiques de l'image correspondante.

- a. Image en niveaux de gris.



2

Image présentant deux populations incarnées par deux modes dans l'histogramme.

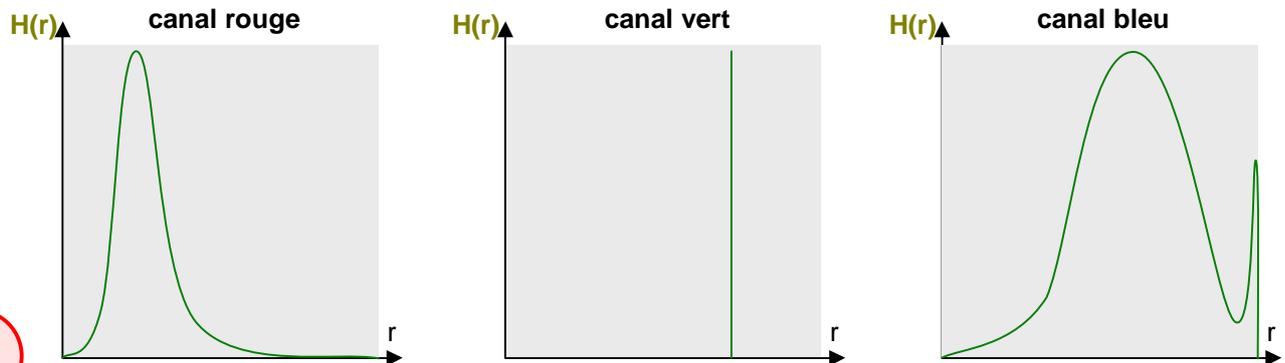
La population 1 est la plus représentée (mode principale). Elle présente une moyenne élevée (pixels clairs dans l'image) et un écart-type important (image à fort contraste).

La population 2 est la moins représentée (mode secondaire). Elle présente une moyenne faible (pixels sombres dans l'image) et un écart-type faible (image peu contrastée).

NOM : ..... Prénom : .....



b. Composition colorée.



3

Le **canal rouge** présente une moyenne faible (image sombre) et un écart-type moyen (peu de contraste).

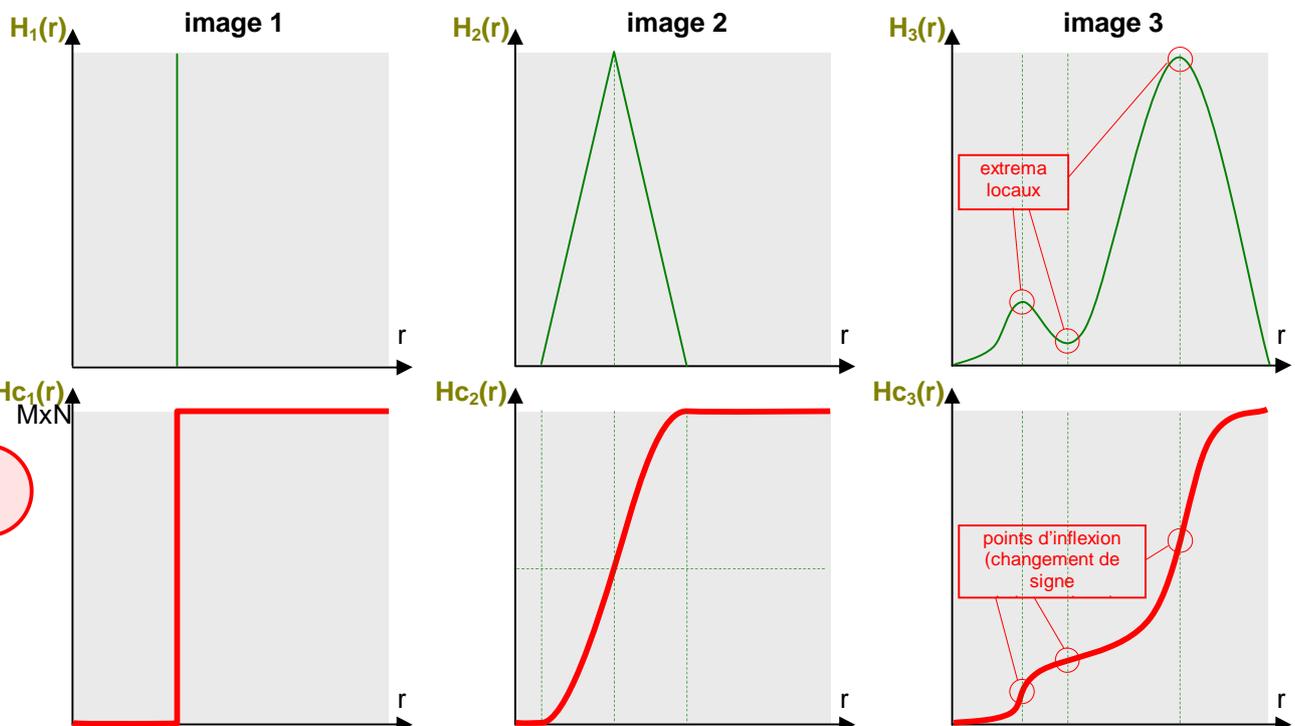
Le **canal vert** est une image uniforme où tous les pixels ont une même valeur élevée. La moyenne sera cette valeur et l'écart-type sera nul (pas de contraste).

Le **canal bleu** présente une moyenne élevée (image claire) et un écart-type élevé (image contrastée). On note une saturation par excès (pic à droite de l'histogramme).

La couleur dominante de la **composition colorée** sera le cyan (complémentaire du rouge).

### 3. Histogrammes cumulés

Soit les histogrammes  $H_i$  des trois images ci-dessous, estimer au mieux (en le dessinant) l'histogramme cumulé  $H_{c_i}$  correspondant.



3

D'un point de vue mathématique, l'histogramme cumulé  $H_c$  est une **primitive** de l'histogramme  $H$ .



#### 4. Matrice de convolution

- a. Quels sont les coefficients ainsi que les gain et offset de la matrice de convolution qui réalise un « rehaussement des contours » en **ajoutant** à chaque pixel la moitié de sa différence à la moyenne locale calculée dans une fenêtre 3x3.

Justifier sa réponse en détaillant les opérations sur les matrices.

$$M_a = Id + \frac{1}{2} \times (Id - \overline{M_{3 \times 3}})$$

$$M_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \times \left( \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{9} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$M_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \times \left( \frac{1}{9} \times \left( \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \right)$$

$$M_a = \frac{1}{18} \times \left( \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \right)$$

$$M_a = \frac{1}{18} \times \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 26 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

2

Ce filtre réalise un léger rehaussement des contours.

- b. Quels sont les coefficients ainsi que les gain et offset de la matrice de convolution qui réalise un filtrage en **soustrayant** à chaque pixel la moitié de sa différence à la moyenne locale calculée dans une fenêtre 3x3.

$$M_b = Id - \frac{1}{2} \times (Id - \overline{M_{3 \times 3}})$$

$$M_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \times \left( \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{9} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$M_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \times \left( \frac{1}{9} \times \left( \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \right)$$

$$M_b = \frac{1}{18} \times \left( \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \right)$$

$$M_b = \frac{1}{18} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 10 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

1

Quel est le type de ce genre de filtre ?

1

C'est un filtre de lissage passé-bas.

Quel effet a-t-il sur une image ?

1

Ce filtre réalise un léger lissage des contours diminuant par là-même les contrastes des formes.



## 5. Balance bleu-blanc-rouge

On a fabriqué une image composée de Léna et d'une carte de test immergées dans un fond noir (image a). Cette carte est un rectangle de 256 pixels de large dans lequel les radiométries valent 0 à 255 de gauche à droite dans ce rectangle.

Si l'on dispose d'un écran PseudoColor, on peut immédiatement voir l'image sous une forme colorée « bleu-blanc-rouge » illustrée par la figure b de la manière suivante :



- On initialise une look-up table (LUT) avec les valeurs illustrées ci-contre.
- On envoie cette LUT au serveur X-Window.

On peut aussi générer trois images correspondant aux canaux rouge, vert et bleu. Ecrire le programme dans un pseudo langage (ou en langage C) lisant l'image ligne par ligne dans un buffer ibuf, calculant la ligne RGB dans les buffers obuf[3] et écrivant les lignes.

### 1. Initialiser la LUT

Pour  $r \leftarrow 0$  à 127 Faire

lut.R[r]  $\leftarrow 2 * r$

lut.V[r]  $\leftarrow 2 * r$

lut.B[r]  $\leftarrow 255$

FinFaire

Pour  $r \leftarrow 128$  à 255 Faire

lut.R[r]  $\leftarrow 255$

lut.V[r]  $\leftarrow 2 * (255 - r)$

lut.B[r]  $\leftarrow 2 * (255 - r)$

FinFaire

### 2. Appliquer la LUT à l'image

Pour chaque ligne  $i \leftarrow 0$  à (M-1) Faire

Lire la ligne  $i$  et la ranger dans le buffer ibuf

Pour chaque pixel  $j \leftarrow 0$  à (N-1) Faire

obuf[0][j]  $\leftarrow$  lut.R[ibuf[j]]

obuf[1][j]  $\leftarrow$  lut.V[ibuf[j]]

obuf[2][j]  $\leftarrow$  lut.B[ibuf[j]]

FinFaire

Ecrire le buffer obuf[0] dans l'image représentant le canal rouge

Ecrire le buffer obuf[1] dans l'image représentant le canal vert

Ecrire le buffer obuf[2] dans l'image représentant le canal bleu

FinFaire

index	R	V	B
0	0	0	255
1	2	2	255
2	4	4	255
...	...	...	...
126	252	252	255
127	254	254	255
128	255	254	254
129	255	252	252
...	...	...	...
254	255	2	2
255	255	0	0

2

2