



**CORRIGÉ**

EXAMEN

Année 2010-2011

On répondra directement sur les feuilles d'examen en indiquant en pied de page ses NOM et Prénom. L'usage de documents n'est pas autorisé.

1. Comprendre un histogramme

La figure 1 ci-contre représente l'histogramme d'une image dont chaque pixel est codé sur 8 bits non signés.

1

a. Graduer avec soin l'axe des abscisses. Comment s'appelle cet axe et que représente-t-il ?

L'axe des abscisses représente les valeurs radiométriques  $r$  (ou comptes numériques) que peuvent prendre les pixels de l'image dans l'intervalle  $[0, 2^8 - 1] = [0, 255]$

1

b. Sachant que l'image possède 1500 lignes par 2000 colonnes sans background, estimer très grossièrement la valeur du maximum de l'histogramme.

Comment s'appelle l'axe des ordonnées et que représente-t-il ?

L'axe des ordonnées représente les valeurs  $H(r)$  de l'histogramme qui mesure les occurrences des pixels ayant la valeur  $r$  dans l'image.

1

c. Que pensez-vous de l'image dont l'histogramme est représenté en figure 1 ?

Comme le font apparaître les deux modes de l'histogramme, cette image présente deux populations : une assez peu lumineuse (mode  $M_1$  à gauche de l'histogramme) et l'autre beaucoup plus lumineuse (mode  $M_2$ ).

1

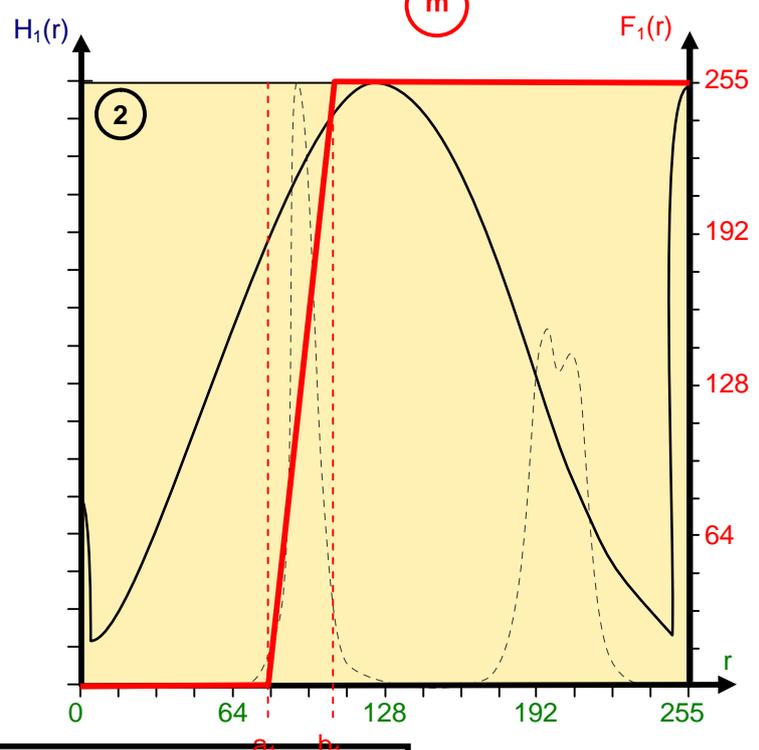
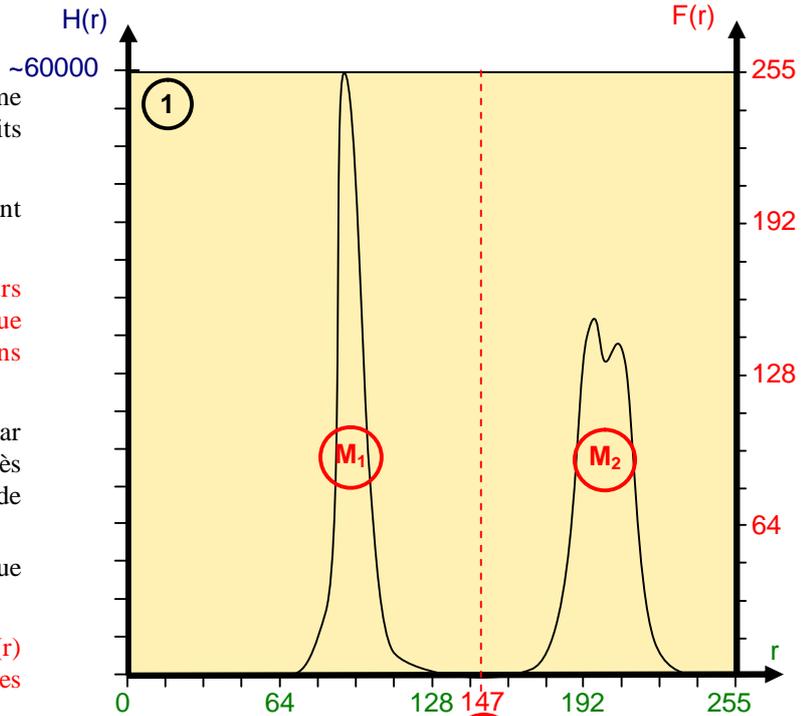
d. Estimer la moyenne de l'image et la reporter en figure 1. Quelle indication cette moyenne nous fournit-elle ?

La moyenne  $m$  est proche de 147. Elle traduit une image globalement lumineuse.

1

e. Que penser de l'écart-type de l'image ? Quelle indication cet écart-type nous fournit-il ?

L'écart-type de l'image est relativement élevé (sans doute entre 30 et 40). Cette valeur élevée est due à l'éloignement des deux modes de l'histogramme et traduit une image contrastée.



NOM : ..... Prénom : .....



1

f. On désire étirer linéairement la dynamique de la population la plus sombre par la fonction  $F_1$ .

Indiquer dans la figure 2 (page précédente) les valeurs  $a_1$  et  $b_1$  puis reporter la représentation graphique de  $F_1$  en renseignant les graduations de l'axe vertical.

Evaluer et dessiner au mieux dans cette même figure 2 l'histogramme  $H_1(r)$  de l'image après avoir été traitée par la fonction  $F_1$ .

Que pensez-vous de la saturation provoquée par la fonction  $F_1$  ?

**Le mode  $M_2$  est totalement saturé par excès (à droite de l'histogramme) et les pixels de cette population apparaîtront blancs.**

1

g. Une autre fonction  $F_2$  permet d'étirer la dynamique de la population la plus claire.

Comme pour la question précédente, reporter  $a_2$ ,  $b_2$ ,  $F_2$ ,  $H_2(r)$  dans la figure 3 ci-contre et indiquer la saturation éventuelle.

**Le mode  $M_1$  est totalement saturé par défaut (à gauche de l'histogramme) et les pixels de cette population apparaîtront noirs.**

1

h. Une autre fonction  $F_3$  permet d'étirer la dynamique automatiquement en saturant 2% des pixels les plus sombres et 2% des pixels les plus clairs.

Comme pour la question précédente, reporter  $a_3$ ,  $b_3$ ,  $F_3$ ,  $H_3(r)$  dans la figure 4 ci-contre.

Que valent exactement (voir énoncé b) :

- $H_3[0] = 1500 \times 2000 \times 2\% = 60\,000$
- $H_3[255] = 1500 \times 2000 \times 2\% = 60\,000$

1

i. Que pensez-vous de la fonction  $F_3$  ?

**Le stretching linéaire automatique  $F_3$  est une solution de compromis pour l'étirement des deux modes  $M_1$  et  $M_2$ .**

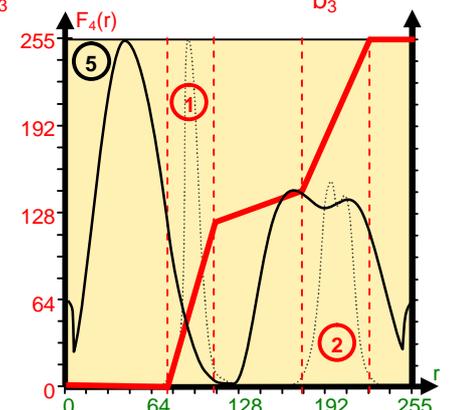
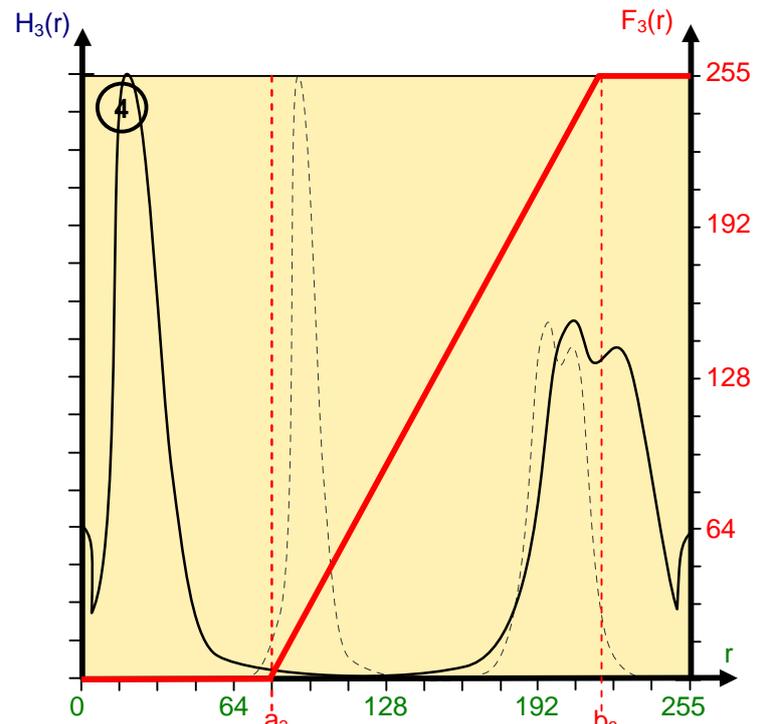
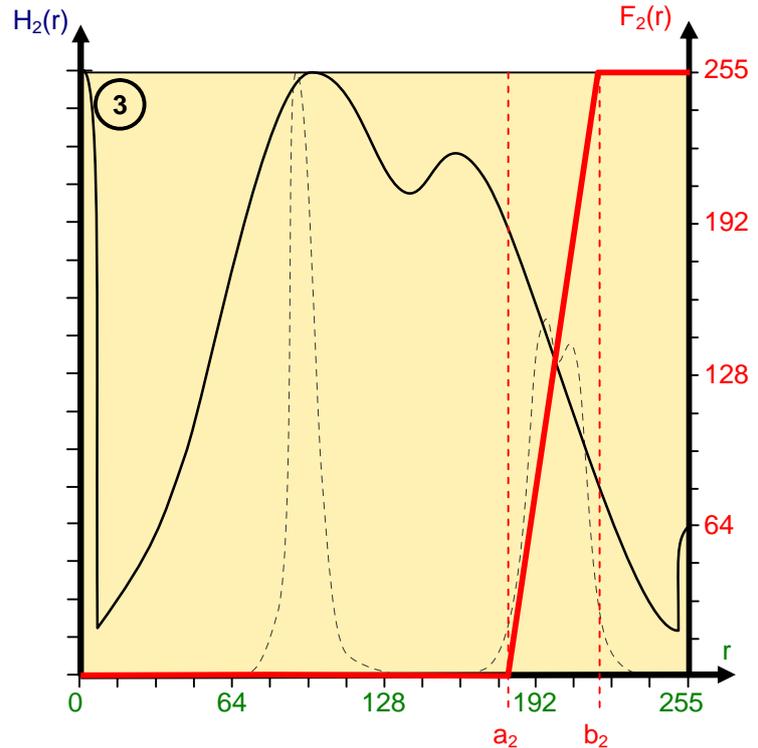
**L'image produite présentera une moyenne autour de 128 et un écart-type très élevé (entre 70 et 80) proche de celui des images binaires.**

1

j. Imaginer et illustrer une fonction  $F_4$  capable de « rapprocher » les deux modes.

**Les deux modes peuvent être rapprochés en effectuant un « stretching linéaire par morceaux :**

- stretching linéaire entre  $a_1$  et  $b_1$  autour du mode  $M_1$  en portant les valeurs  $F_4(r)$  dans l'intervalle  $[0,128]$ ,
- stretching abaissant le contraste (pente très inférieure à 1) entre  $b_1$  et  $a_2$  tendant à « rapprocher » les deux modes,
- stretching linéaire entre  $a_2$  et  $b_2$  autour du mode  $M_2$  en portant les valeurs  $F_4(r)$  dans l'intervalle  $[128,255]$ .





## 2. Matrice de convolution

- a. Quels sont les coefficients ainsi que les gain et offset de la matrice de convolution qui réalise un « rehaussement des contours » en **ajoutant** à chaque pixel la moitié de sa différence à la moyenne locale calculée dans une fenêtre 3x3 ?

Justifier sa réponse en détaillant les opérations sur les matrices.

$$M_a = Id + \frac{1}{2} \times (Id - \overline{M_{3 \times 3}})$$

$$M_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \times \left( \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{9} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$M_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \times \left( \frac{1}{9} \times \left( \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \right)$$

$$M_a = \frac{1}{18} \times \left( \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \right)$$

$$M_a = \frac{1}{18} \times \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 26 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

2

Ce filtre réalise un léger rehaussement des contours.

- b. Quels sont les coefficients ainsi que les gain et offset de la matrice de convolution qui réalise un filtrage en **soustrayant** à chaque pixel la moitié de sa différence à la moyenne locale calculée dans une fenêtre 3x3 ?

$$M_b = Id - \frac{1}{2} \times (Id - \overline{M_{3 \times 3}})$$

$$M_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \times \left( \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{9} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

$$M_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \times \left( \frac{1}{9} \times \left( \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \right)$$

$$M_b = \frac{1}{18} \times \left( \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \right)$$

$$M_b = \frac{1}{18} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 10 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

1

- c. Quel est le type de ce genre de filtre ?

1

C'est un filtre de lissage passé-bas.

- d. Quel effet a-t-il sur une image ?

1

Ce filtre réalise un léger lissage des contours diminuant par là-même les contrastes des formes.



### 3. Séparation de 2 classes

Imaginer un algorithme automatique qui permettrait de séparer les deux classes d'une image bi-modale. Par exemple n'importe quelle image de la côte dont les pixels de « mer » sont sombres et les pixels de « terre » sont clairs serait transformée automatiquement en une image binaire sans connaissance à-priori de la valeur de seuil.

**5** Un algorithme élémentaire consiste à rechercher le minimum local entre les modes de l'histogramme. Ce minimum local définira le seuil au-dessous duquel la première population sera forcée à une valeur (par exemple 0) et la seconde population sera forcée à une autre valeur (par exemple 255).

Or, il est fréquent que l'histogramme présente plusieurs minima locaux. On peut donc lisser l'histogramme jusqu'à ce que ne subsiste qu'un seul minimum local.

1. Calculer l'histogramme  $H(r)$ ,  $r=0..255$ .
2. Itérer des lissages successifs jusqu'à ne préserver qu'un seul minimum local

lisser ← VRAI

Répéter

2.1. Compter le nombre de minima locaux

nb\_minima ← 0

Pour  $r \leftarrow 2$  à 253 Faire

Si  $((H(r) < H(r-1)) \text{ et } (H(r) \leq H(r+1)))$  Alors

nb\_minima ← nb\_minima + 1

seuil ← r

FinSi

FinFaire

2.2. Cas d'un histogramme mono-modal

Si  $(nb\_minima < 1)$  Alors

Afficher « Echec : L'histogramme n'est pas bi-modal »

Fin

FinSi

2.3. Lorsque un seul minimum local a été trouvé, arrêter la boucle de lissage de l'histogramme

Si  $(nb\_minima = 1)$  Alors

lisser ← FAUX

Sinon

2.4. Lorsque plusieurs minima locaux ont été trouvés, lisser l'histogramme (convolution de taille 3)

Pour  $r \leftarrow 1$  à 254 Faire

$H2(r) \leftarrow (H(r-1) + H(r) + H(r+1)) / 3$

FinFaire

Pour  $r \leftarrow 1$  à 254 Faire

$H(r) \leftarrow H2(r)$

FinFaire

FinSi

Jusqu'à  $(lisser = FAUX)$

3. Construire l'image de sortie en se basant sur la valeur de seuil

Pour  $i \leftarrow 0$  à  $(nb\_lignes-1)$  Faire

Pour  $j \leftarrow 0$  à  $(nb\_colonnes-1)$  Faire

Si  $(image\_origine(i,j) \leq seuil)$

destination\_image(i,j) ← 0

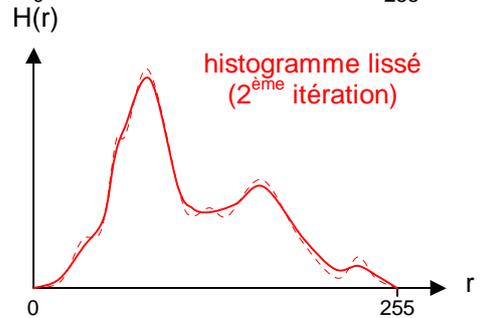
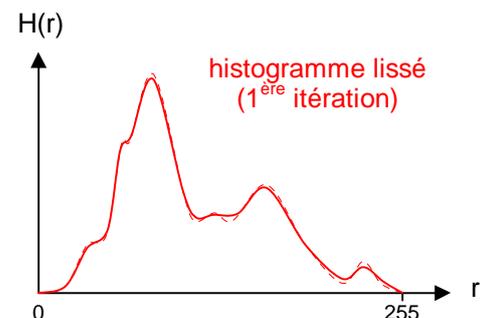
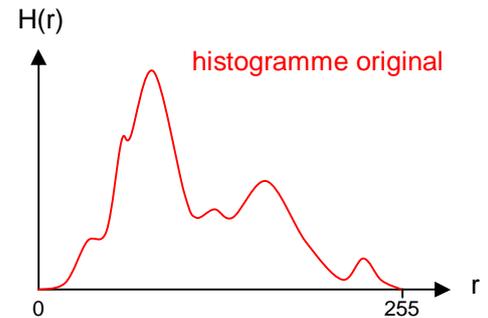
Sinon

destination\_image(i,j) ← 255

FinSi

FinFaire

FinFaire



...

