Université de Marne-La-Vallée
Institut Gaspard MONGE

Master SIG — **Fusion des données hétérogènes**

CORRIGE

EXAMEN

Année 2004-2005

On répondra directement sur les quatre feuilles d'examen en indiquant en pied de page ses NOM et Prénom. L'usage de tout document (exceptée la copie du voisin) est permis.

1. Organisation physique et distributions

Soit une image de trois canaux de dimension 3 lignes x 4 colonnes. Cette image est stockée dans un fichier dont le contenu est :

`4 9 8 7 15 0 9 19 0 10 21 0 6 13 8 5 11 8 7 15 0 9 19 0 7 15 0 4 9 8 4 9 8 0 1 8`

a. Sachant que l'un des canaux est binaire, indiquer en l'entourant quelle est l'organisation des images :

BSQ **BIL** **BIP**

b. Retrouver les valeurs des pixels pour chacun des trois canaux.

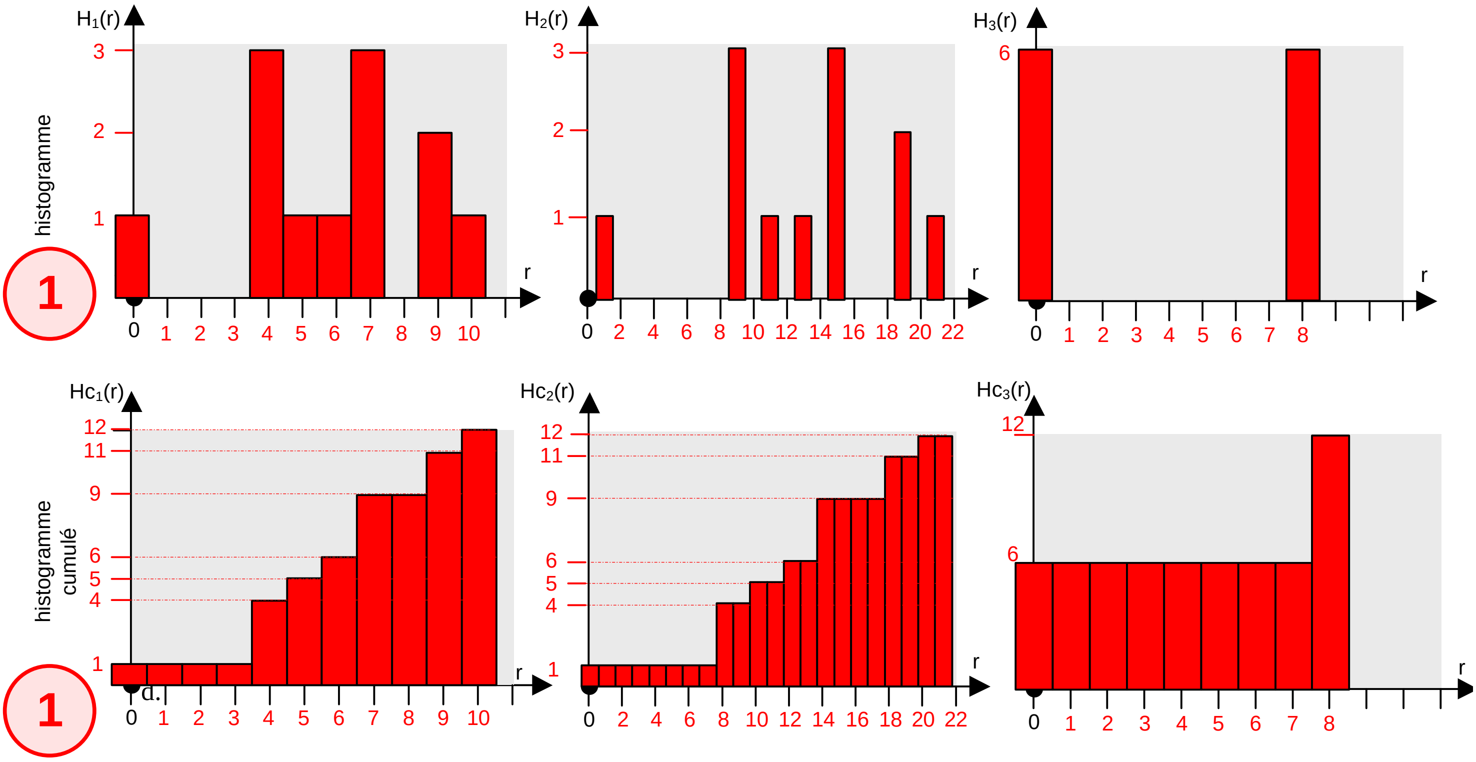
1

Canal 1 – $r_1(i,j)$			
4	7	9	10
6	5	7	9
7	4	4	0

Canal 2 – $r_2(i,j)$			
9	15	19	21
13	11	15	19
15	9	9	1

Canal 3 – $r_3(i,j)$			
8	0	0	0
8	8	0	0
0	8	8	8

c. Tracer le plus soigneusement possible les histogrammes (H_i en première ligne) et histogrammes cumulés (Hc_i en seconde ligne) de chaque canal en reportant précisément les valeurs des graduations.



Les canaux 1 et 2 sont très corrélés. Trouver la relation mathématique existant entre la distribution r_2 et r_1.

1

$$\boxed{r_2(i,j) = 2\times r_1(i,j)+1} \qquad \text{(Eq. 1)}$$

e. Compte tenu de cette relation (eq. 1), exprimer la moyenne m_2 de la distribution $r_2(i,j)$ en fonction de la moyenne m_1 de la distribution $r_1(i,j)$ en détaillant toutes les étapes du calcul.

1

$$\overline{m_2} = \frac{1}{3\times 4}\times\sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{3} r_2(i,j) = \frac{1}{12}\times\sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{3}\left[2\times r_1(i,j)+1\right]$$

$$\overline{m_2} = 2\times\frac{1}{12}\times\sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{3} r_1(i,j) + \frac{1}{12}\times\sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{3} 1 = 2\times\overline{m_1}+1$$

f. Compte tenu de cette relation (eq. 1), exprimer l'écart-type σ_2 de la distribution $r_2(i,j)$ en fonction de l'écart-type σ_1 de la distribution $r_1(i,j)$ en détaillant toutes les étapes du calcul.

1

$$s_2^2 = \frac{1}{3\times 4}\times\sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{3}\left[r_2(i,j)-\overline{m_2}\right]^2 = \frac{1}{3\times 4}\times\sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{3}\left[\left(2\times r_1(i,j)+1\right)-\left(2\times\overline{m_1}+1\right)\right]^2$$

$$s_2^2 = 4\times\frac{1}{3\times 4}\times\sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{3}\left[r_1(i,j)-\overline{m_1}\right]^2 = 4\times s_1^2$$

$$\Rightarrow\ s_2 = 2\times s_1$$

g. Trouver la relation mathématique existant entre la distribution r_3 et r_1.

1

$$r_3(i,j) = \begin{cases} 0 & \text{si } r_1(i,j) \geq 7 \\ 8 & \text{si } r_1(i,j) < 7 \end{cases}$$

h. Calculer les valeurs des moyennes et écart-types de chaque canal.

1

Canal 1 – $r_1(i,j)$	**Canal 2 – $r_2(i,j)$**	**Canal 3 – $r_3(i,j)$**
moyenne : m_1 = **6**	moyenne : m_2 = **13**	moyenne : m_3 = **4**
écart-type : σ_1 = **2,677…**	écart-type : σ_2 = **5,354…**	écart-type : σ_3 = **4**

2. Moyenne et médiane

a. Quelle est la différence entre la moyenne et la médiane ?

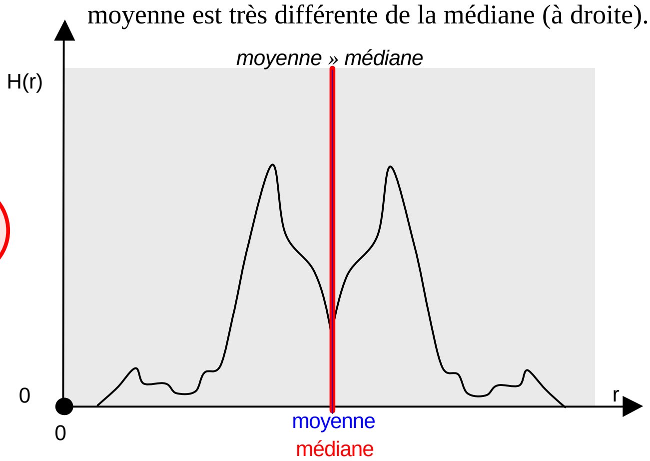
1

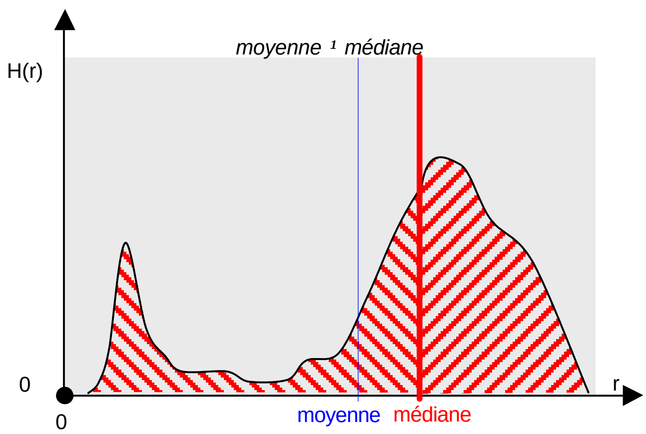
La moyenne est la somme des valeurs divisée par leur nombre.

La médiane est la N/2[ième] valeur parmi N.

b. Illustrer par l'histogramme le cas où la moyenne est à peu près égale à la médiane (à gauche) et le cas où la moyenne est très différente de la médiane (à droite).

1





3. Traitement radiométrique

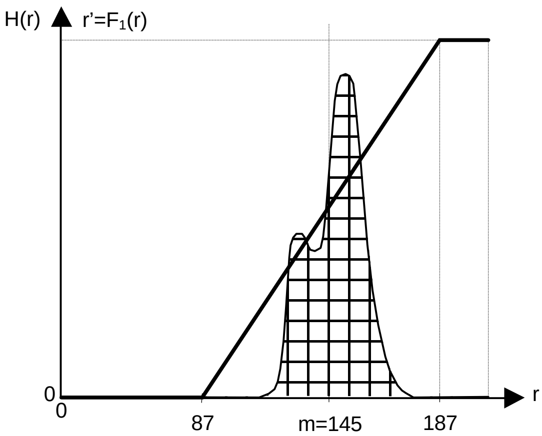
Quelle différence y-a-t'il entre un « traitement radiométrique global » et un « filtrage adaptatif » ?

2 Un **traitement radiométrique global** fait correspondre à toute valeur radiométrique r_n ($n=0..2^d-1$, où d est le nombre de bits par pixel) dans l'image en entrée toujours la même valeur $LUT(r_n)$. Cette valeur pourra être pré-calculée et rangée dans un tableau LUT avant le traitement de l'image.

Un **filtrage adaptatif** fait correspondre à chaque pixel (i,j) une valeur radiométrique R'(i,j) qui dépend de la radiométrie R(i,j) du pixel et des statistiques locales calculées dans une fenêtre centrée en (i,j).

4. Etirement linéaire de la dynamique

Soit une image dont l'histogramme est illustré dans la figure ci-contre. On réalise un étirement linéaire de la dynamique par la fonction F_1 opérant entre les bornes 87 et 187. Comme le suggère la figure, on suppose pour simplifier que toutes les valeurs de l'image d'origine sont strictement comprises dans l'intervalle [87,187].



a. Donner la formule permettant de calculer les valeurs radiométriques r' de l'image *stretchée*.

1
$$\boxed{r' = F_1(r) = \begin{cases} 0 & si\ r < 87 \\ 255 \times \dfrac{r-87}{100} & si\ r \in [87,187] \\ 255 & si\ r > 187 \end{cases}}$$

b. Soit m=145 la valeur de la moyenne de l'image origine, quelle est la valeur de la moyenne de l'image de sortie? On démontrera les calculs.

1
$$\overline{m}' = \frac{1}{N} \times \sum_{i=1}^{N} F_1(r_i)$$

$$\overline{m}' = \frac{1}{N} \times \sum_{i=1}^{N} 255 \times \frac{r_i - 87}{100}$$

$$\overline{m}' = 255 \times \left[\frac{1}{N} \times \sum_{i=1}^{N} \frac{r_i}{100} - \frac{1}{N} \times \sum_{i=1}^{N} \frac{87}{100} \right]$$

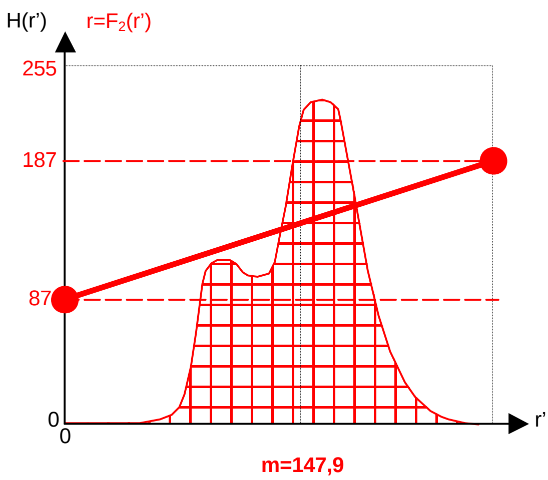
$$\overline{m}' = 255 \times \left[\frac{1}{100} \times \overline{m} - \frac{1}{N} \times N \times \frac{87}{100} \right]$$

$$\overline{m}' = \frac{255}{100} \times \overline{m} - \frac{255 \times 87}{100}$$

$$\overline{m}' = \frac{255}{100} \times \left[\overline{m} - 87 \right]$$

$$\overline{m}' = \frac{255}{100} \times \left[145 - 87 \right]$$

$$\overline{m}' = 147{,}9$$



2 c. Esquisser dans la figure ci-contre l'allure de l'histogramme H (r') de l'image destination.

Université de Marne-La-Vallée
Institut Gaspard MONGE

d. Quelle transformation F_2 appliquée à l'image de sortie permet de retrouver l'image originale? $\forall$ r $\in$ [87,187], $F_2[F_1(r)] = r$

- Illustrer cette fonction F_2 sur la figure de la question 4.c.
- Justifier mathématiquement la solution trouvée.

2

$$Soit\ F_2(r') = a \times r' + b$$
$$\forall r,\ F_2[F_1(r)] = r$$
$$\forall r,\ a \times \left[255 \times \frac{r-87}{100} \right] + b = r$$
$$r = 87 \quad \Rightarrow \quad b = 87$$
$$r = 187 \quad \Rightarrow \quad 255 \times a + 87 = 187$$
$$\Rightarrow \quad a = \frac{100}{255}$$
$$F_2(r') = \frac{100}{255} \times r' + 87$$

5. Filtrage convolutif

Quel est le filtre 5x5 (« mono-passe ») équivalent au filtrage gradient W-E 3x3 de gain 10/6 et d'offset 128 appliqué à une image préalablement filtrée par un filtre gaussien 3x3 classique ? Justifier sa réponse en montrant les calculs effectués.

2

$$Filtre = \frac{10}{6} \times \begin{vmatrix} -1 & 0 & +1 \\ -1 & 0 & +1 \\ -1 & 0 & +1 \end{vmatrix} \circ \left[\frac{1}{16} \times \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} \right] + 128$$

$$Filtre = \frac{10}{6} \times \frac{1}{16} \times \left| \begin{matrix} \begin{bmatrix} -1\times1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1\times2 & 0\times1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1\times1 & 0\times2 & 1\times1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0\times1 & 1\times2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1\times1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1\times2 \\ -1\times1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1\times4 & 0\times2 \\ -1\times2 & 0\times1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1\times2 & 0\times4 & 1\times2 \\ -1\times1 & 0\times2 & 1\times1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0\times2 & 1\times4 \\ 0\times1 & 1\times2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1\times2 \\ 1\times1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1\times1 \\ -1\times2 \\ -1\times1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1\times2 & 0\times1 \\ -1\times4 & 0\times2 \\ -1\times2 & 0\times1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1\times1 & 0\times2 & 1\times1 \\ -1\times2 & 0\times4 & 1\times2 \\ -1\times1 & 0\times2 & 1\times1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0\times1 & 1\times2 \\ 0\times2 & 1\times4 \\ 0\times1 & 1\times2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1\times1 \\ 1\times2 \\ 1\times1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1\times1 \\ -1\times2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1\times2 & 0\times1 \\ -1\times4 & 0\times2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1\times1 & 0\times2 & 1\times1 \\ -1\times2 & 0\times4 & 1\times2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0\times1 & 1\times2 \\ 0\times2 & 1\times4 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1\times1 \\ 1\times2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1\times1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1\times2 & 0\times1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1\times1 & 0\times2 & 1\times1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0\times1 & 1\times2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1\times1 \end{bmatrix} \end{matrix} \right| + 128$$

$$Filtre = \frac{5}{48} \times \begin{vmatrix} -1 & -2 & 0 & +2 & +1 \\ -3 & -6 & 0 & +6 & +3 \\ -4 & -8 & 0 & +8 & +4 \\ -3 & -6 & 0 & +6 & +3 \\ -1 & -2 & 0 & +2 & +1 \end{vmatrix} + 128$$