

## Extraction et analyse automatiques d'un réseau hiérarchisé de talwegs. Application à un modèle numérique de terrain dérivé d'un couple stéréoscopique SPOT

S. RIAZANOFF

CISI Ingénierie, DGLA, 3 rue Le Corbusier, SILIC 232, 94528 Rungis Cedex,  
France, et Laboratoire de Minéralogie-Cristallographie (CNRS), Tour 16,  
Universités Paris VI et Paris VII, 4 place Jussieu, 75252 Paris Cédex 5, France

P. JULIEN

Laboratoire COGIT, Institut Géographique National, 2 avenue Pasteur,  
B.P. 68, 94160 Saint-Mandé, France

B. CERVELLE

Laboratoire de Minéralogie-Cristallographie (CNRS), Tour 16,  
Universités Paris VI et Paris VII, 4 place Jussieu, 75252 Paris Cedex 5, France

J. CHOROWICZ

Laboratoire de Géologie Structurale et Télédétection (CNRS), Tour 26,  
Université Paris VI, 4 place Jussieu, 75252 Paris Cedex 5, France

*(Reçue le 28 septembre 1989; version révisée 15 mai 1990)*

**Résumé.** Une séquence entièrement automatisée est décrite de traitements allant de la restitution d'une modèle numérique de terrain (MNT) à l'extraction et l'analyse du réseau hiérarchisé des talwegs. Le MNT est calculé par corrélation automatique de deux scènes du satellite SPOT formant un couple stéréoscopique. Un algorithme nouveau permet d'extraire de ce MNT le réseau complet et connexe des talwegs organisé sous forme hiérarchique. Six mesures statistiques (directions, courbures, longueurs, angle des confluences, densité et indice de parallélisme) permettent d'analyser ce réseau et d'apprécier l'influence de caractères géologiques sur sa forme. L'analyse des résultats montre que ces six mesures sont très influencées par le relief. Néanmoins, certaines particularités sont révélées par trois mesures: celle des densités permet une différenciation de la lithologie; celle des angles de confluence peut séparer les réseaux très influencés par les caractères structuraux de ceux qui n'obéissent qu'au principe de descente suivant la plus grande pente; enfin, la mesure des courbures peut souligner des anomalies sans doute liées à des éléments structuraux sous-jacents tels que des failles.

**Abstract.** A completely automatic process flow is described, from the computing of a digital elevation model (DEM) to the extraction and the analysis of the hierarchical valleys network. The DEM is calculated by automatic correlation of two stereoscopic images acquired on board the SPOT satellite. A new algorithm allows to extract, from this DEM, the fully and connected hierarchical valleys network. Six statistical measurements (direction, curvature, lengths, confluence angle, density and parallelism index) allow us to analyse this network, and to estimate the influence of geological features on its shape. The analysis of the results shows that the six measurements are mainly controlled by the topography.

Nevertheless, three measurements lead to specific information: the density allows some lithological differentiation; the confluence angles analysis permits us to separate networks mainly influenced by structural features from those which obey mainly the streaming water principle, that is to follow the greatest downward slope. The curvature measurement allows us to emphasize surficial anomalies linked with underlying geological features, such as faults.

## 1. Introduction

Le satellite d'observation de la Terre SPOT nous envoie quotidiennement des images de haute qualité grâce à ses deux télescopes HRV dépointables. L'un des atouts majeurs de ce satellite est la haute résolution spatiale de ces télescopes (10 m en mode panchromatique) qui, conjuguée à ses possibilités de prise de vues latérales, permet d'obtenir des couples stéréoscopiques de grande finesse. A partir de ces couples, il est désormais possible de calculer le relief de n'importe quelle région du globe. Cette perspective explique l'intérêt suscité par les Modèles Numériques de Terrain (MNT) et toutes leurs applications. A seule fin d'absorber le volume considérable des données reçues en flot continu, il apparaît nécessaire d'automatiser la restitution des MNT, ainsi que tous les procédés destinés à extraire de ces MNT des informations spécifiques.

L'ambition de cet article est de présenter une chaîne totalement automatisée allant du calcul du MNT à partir d'un couple stéréoscopique SPOT, jusqu'à l'extraction et l'analyse statistique du réseau des alveges. Cette chaîne automatique de traitements devrait trouver de nombreuses applications auprès des cartographes, géologues, hydrologues, informaticiens, etc. Ajoutés aux traitements classiques de traitement d'images, ces nouveaux procédés doivent fournir les premiers outils sophistiqués d'aide à l'interprétation.

## 2. Restitution automatique d'un modèle numérique de terrain à partir d'un couple stéréoscopique SPOT

### 2.1. Méthode classique et méthode automatique numérique

La méthode classique pour extraire le relief d'une couple stéréoscopique d'images fait appel à un équipement spécialisé (stéréorestituteur) piloté par un opérateur. L'opérateur utilise le fusionnement binoculaire pour identifier les paires de points homologues (images d'un même détail du sol). Pour chaque paire trouvée, la position du détail dans l'espace est calculée. Le relief est en général restitué sous la forme de courbes de niveau.

La méthode numérique se propose d'identifier automatiquement ces points homologues lorsque les images sont numériques. Deux pixels  $m_1$  et  $m_2$  sont admis comme homologues lorsque deux images centrées sur eux présentent une ressemblance, ou corrélation maximale.

Nous présentons dans ce paragraphe la méthode numérique développée à l'Institut Géographique National (IGN) pour exploiter les couples de vues SPOT. Elle a servi à constituer le modèle numérique de terrain utilisé dans l'expérimentation décrite plus loin.

### 2.2. Description de la méthode

La méthode procède en trois étapes de traitement:

- (a) modélisation des deux vues;

- (b) recherche des paires de points homologues sur les images en géométrie épipolaire (ce traitement peut être itéré);
- (c) calcul du modèle numérique d'altitude.

(a) *Modélisation des deux vues.* La modélisation d'une vue consiste à déterminer la position et l'orientation du capteur HRV pendant la prise de vue. Une position approchée et les variations d'orientation sont déjà connues grâce aux données auxiliaires SPOT acquises en orbite au moment de la prise de vue. A l'aide de quelques points de position connue et identifiables avec précision dans l'image, on calcule une position corrigée et l'orientation absolue des vues. Pour une meilleure mise en place d'une vue par rapport à l'autre, le calcul est effectué simultanément pour les deux vues, à l'aide de points d'appui communs. A l'issue de ce calcul, le rayon correspondant à tout pixel de l'une ou l'autre vue est localisable avec une précision de 5 à 10 m au voisinage du sol. Avant la mise en oeuvre de l'étape suivante (b) les deux vues sont amenées dans une géométrie commune, qu'on peut appeler *géométrie épipolaire* obtenue par rééchantillonnage suivant les courbes épipolaires.

*Définition et intérêt des courbes épipolaires:* Considérons un pixel  $m_1$  dans la vue 1. Ce point est l'image d'un détail  $M$  du terrain, situé sur le rayon  $S_1m_1$ . Or le point  $M$  est situé entre le point  $P$  à l'altitude maximale de la région et le point  $Q$  à l'altitude minimale (figure 1). Il en résulte que l'homologue  $m_2$  de  $m_1$  doit se trouver sur l'élément de courbe  $p_2q_2$ , qui est l'image du segment  $PQ$  dans la vue 2. Cela étant, considérons la famille des courbes  $E$ , tracées sur un plan voisin du terrain, tangentes en chaque point  $M$  au plan  $S_1MS_2$  des deux rayons qui aboutissent à  $M$  (figure 2); les familles de courbes épipolaires sont par définition les familles de courbes  $E_1$  et  $E_2$ , images dans les deux vues des courbes  $E$ .

Soient  $E_1$  et  $E_2$  deux courbes épipolaires, images de la même courbe  $E$ , et  $m_1$  un point de  $E_1$  (figure 3). On montre que, même pour une forte dénivelée entre  $P$  et  $Q$ , l'élément de courbe  $p_2q_2$  est très voisin de la courbe  $E_2$  (à moins de 0,1 pixel pour une dénivelée de 6000 m). On peut donc admettre que l'homologue de  $m_1$  est sur  $E_2$ , c'est-à-dire que la courbe  $E_2$  est l'homologue de  $E_1$ . Le fait essentiel à retenir est que les courbes épipolaires forment deux familles de courbes homologues, quel que soit le relief.

La transformation des images en *géométrie épipolaire* est obtenue en rééchantillonnant l'image suivant les courbes épipolaires. Dans cette géométrie, l'homologue d'une ligne de l'image 1 est une ligne de l'image 2.

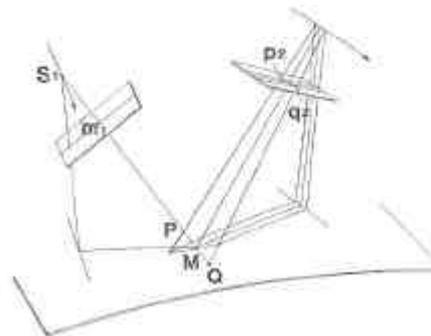


Figure 1. Image, dans chacune des vues stéréoscopiques, du point de terrain  $M$  situé sur l'élément de courbe  $PQ$ .

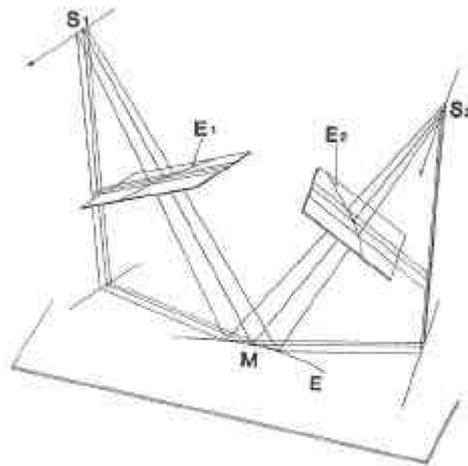


Figure 2. Image d'une courbe épipolaire  $E$  dans la vue ( $E_1$ ) et la vue 2 ( $E_2$ ).

(b) *Recherche des points homologues.* La recherche des points homologues peut être effectuée sur la totalité ou sur une partie des pixels de l'image 1. La ressemblance entre deux pixels  $m_1$  et  $m_2$  est mesurée par le coefficient de corrélation linéaire dans deux imagettes rectangulaires, centrées respectivement en  $m_1$  et  $m_2$ . L'homologue  $m_2$  de  $m_1$  est le pixel, s'il existe, qui rend localement maximal ce coefficient, tout en étant compatible avec les homologues voisins déjà trouvés. Les homologues inexistant, pourvu qu'ils forment des zones suffisamment petites, sont reconstitués par interpolation.

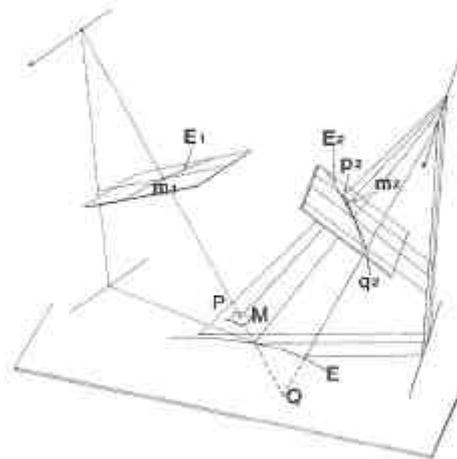


Figure 3. Différence entre le segment  $p_2q_2$  (image des altitudes extrêmes  $PQ$ ) et la courbe  $E_2$  (image de la courbe épipolaire  $E$ ) dans la vue 2.

*Itération:* La recherche de points homologues est itérée deux ou trois fois (Masson d'Autume, 1978), sur des images à résolution faible au début. A l'issue de chaque itération, une distorsion approchée de l'image 2 par rapport à l'image 1 est connue. L'image 2 est corrigée de cette distorsion, ce qui tend à la rendre superposable à l'image 1. Grâce à cette correction, le domaine de recherche des points homologues peut être diminué. Par ce traitement, la déformation géométrique entre deux imagerie se rapproche d'une simple translation qu'il devient de plus en plus légitime de mesurer par le coefficient de corrélation.

(c) *Calcul du modèle numérique d'altitude.* Pour chaque paire de pixels homologues ( $m_1, m_2$ ), le point correspondant au sol est calculé (c'est l'intersection du rayon associé à  $m_1$  et du rayon associé à  $m_2$ ). Ce point est rapporté au référentiel géographique ou cartographique voulu. Le réseau de points obtenu n'est pas parfaitement régulier et un rééchantillonnage est nécessaire pour former un modèle à mailles identiques.

### 2.3. Exemple d'application de la méthode

Le couple traité provient du satellite SPOT. Ces scènes (identifiées K049-J261) furent acquises les 19 et 26 avril 1987 au dessus du Mont Ventoux (France) en mode panchromatique, avec une résolution au sol de 10 m. Les angles de prises de vue sont respectivement  $22.8^\circ$  et  $-21.6^\circ$ , ce qui correspond à un rapport base (distance  $S_1S_2$  de la figure 2) sur éloignement (distance à la cible) de 0.94. De cette valeur dépend la précision de la méthode. En l'occurrence, un rapport relativement faible pénaliserait la précision des altitudes restituées.

La figure 4 montre la partie orientale de chacune des vues restituées en géométrie épipolaire, sous forme de stéréogramme. La recherche des points homologues a été effectuée en deux itérations, à partir d'images rééchantillonnées à 40 m pour la première et à 10 m pour la seconde. La corrélation a été calculée dans des fenêtres de  $9 \times 9$  pixels.

Le pas du modèle numérique d'altitude restitué est de 40 m dans les deux directions du maillage. La figure 5 est une image de synthèse intégrant les données SPOT superposées au MNT vu en perspective.



Figure 4. Couple stéréoscopique des vues K049-J261 du satellite SPOT corrigées en géométrie épipolaire. Région Est du Mont Ventoux, plaine d'Orange, France. © IGN 1989 à partir de données SPOT. PRODUCT CNES-IGN © CNES 1987.

#### 2.4. Discussion

Etant situé en France, ce modèle numérique obtenu par corrélation automatique a pu être comparé à un modèle numérique de terrain de référence extrait de la base de données altimétriques de l'Institut Géographique National français. La moyenne arithmétique des écarts entre ces deux modèles est de 0.1 m. Le biais est donc inexistant. La moyenne quadratique des écarts entre les deux modèles est de 11.5 m, soit une valeur voisine de la largeur moyenne de la tache élémentaire pour un angle de prise de vue de 22.8°. Les écarts les plus importants s'observent dans les régions de forte pente.

### 3. Extraction automatique du réseau hiérarchisé des talwegs

#### 3.1. Introduction

Une application majeure des modèles numériques de terrain est l'extraction automatique de réseaux (de talwegs ou de crêtes) et fait l'objet d'une littérature abondante. On peut classer les travaux des auteurs en trois classes importantes. Les deux premières, que nous qualifions de 'statistiques', s'intéressent à chaque point de MNT de manière individuelle; la troisième, que nous avons baptisée (Riazanoff *et al.* 1988) *démarche structuraliste*, est inspirée du modèle physique du ruissellement de l'eau sur un relief.

On peut résumer rapidement le principe de ces trois démarches.

- (i) La première classe d'algorithmes est basée sur la *recherche de 'points de talwegs'*. Dans une fenêtre ( $3 \times 3$ ,  $5 \times 5$ , ...) centrée sur le pixel à traiter, on examine le voisinage afin de détecter un changement de pente concave (Jenson 1985) ou un extrémum positif de la dérivée seconde (Haralick 1983). A plus grande échelle, Chorowicz (1984) propose une grammaire de reconnaissance des alternances de 'montée-descente' ou de 'montée-plat-descente' le long de profils.
- (ii) La deuxième classe d'algorithmes calcule le *graphe dérivé* du MNT qui attribue à chaque point la direction de la maille voisine suivant la plus grande pente. Cet ensemble de 'cellules de drainage' décrit un bassin versant lorsque l'exutoire est situé sur le bord du MNT, ou un 'bassin de dépression' lorsque

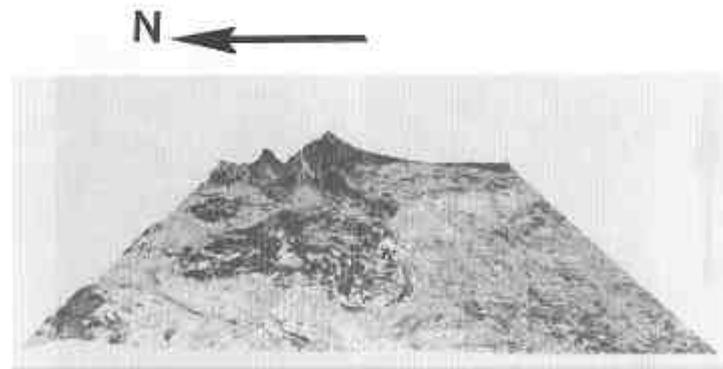


Figure 5. Données SPOT superposées à la vue perspective du MNT restitué par corrélation automatique. L'observateur est placé à l'ouest. Le sommet en arrière-plan est le Mont Ventoux. © IGN 1989 à partir de données SPOT © CNES 1987.

tous les chemins décrits en suivant les cellules aboutissent en un minimum local (Martz *et al.* 1988, Jenson *et al.* 1988).

- (iii) La dernière démarche, *structuraliste*, consiste à tracer dynamiquement des lignes, en partant de certains points choisis et en suivant la ligne de plus grande pente jusqu'à arriver soit en bord d'image, soit en un minimum local, soit enfin jusqu'à rencontrer une ligne déjà tracée.

Même s'ils sont robustes, les algorithmes de type 1 ne parviennent que très rarement à restituer la logique d'un réseau hydrographique. La collection des 'points de talwegs' forme des segments souvent dispersés (le réseau n'est pas connexe) et d'épaisseur variable. Parcequ'ils sont tous deux basés sur le principe de suivi de lignes de plus grande pente, les algorithmes de types 2 et 3 doivent surmonter les deux problèmes du biais et des dépressions.

#### *Problème du biais*

Pour estimer la direction de plus grande pente en un point, on utilise plus ou moins implicitement un modèle continu de surface rendant au mieux compte des valeurs rencontrées dans le voisinage du point. Ce modèle est linéaire, bi-cubique, etc. suivant les auteurs, et permet de calculer les composantes en  $X$  et  $Y$  du vecteur gradient. L'azimut de ce vecteur gradient coïncide avec la direction de plus forte pente et prend des valeurs réelles dans l'intervalle  $[0, \pi]$ . Lorsqu'une cellule indique la direction de la cellule voisine la plus avale, elle le fait parmi 8 valeurs discrètes  $(0, \pi/4, \pi/2, \dots, 7\pi/4)$  avec une erreur valant au maximum  $\pi/8$ .

Puisque le calcul du gradient d'un point à l'autre est indépendant, ces biais élémentaires vont se cumuler. On observe ainsi un 'dérive' du drainage suivant les diagonales, lignes ou colonnes, qui lui retire tout caractère réaliste. La solution que nous apportons à ce problème est présentée plus loin (cf. déplacement dans un modèle continu).

#### *Problème des dépressions*

Le bruit et le procédé même d'échantillonnage, lors de la construction d'un MNT, provoquent des *micro-dépressions* dont le thématicien sait qu'elles ne sont pas significatives. Les réseaux endoréiques sont assez rares. Dans un MNT, on repère une dépression lorsqu'un point présente dans son voisinage 8 points plus hauts que lui. Alors que Jenson et Domingue (1988) proposent de pré-traiter le MNT en remplissant les trous, Martz et De Jong (1988) utilisent une méthode 'naturelle' en simulant la montée de l'eau dans les dépressions jusqu'à trouver le premier exutoire qui permettra au drainage de continuer plus en aval (il en découle qu'un exutoire est le point d'échappement de l'eau en cas d'accumulation, c'est-à-dire le 'trop plein'). C'est un procédé comparable que nous avons mis en oeuvre et décrit plus loin (cf. étape II: Le passage des cols bas).

### 3.2. Définitions

#### *Hierarchie du réseau*

Le réseau des talwegs produit par notre algorithme obéit à la classification introduite par Shreve (1966). Un *segment* est une partie du réseau allant d'un point

source à une confluence, ou d'une confluence à une autre confluence. Chaque segment possède une valeur hiérarchique qui est la somme des valeurs hiérarchiques des segments immédiatement en amont, en posant que les segments les plus en amont (issus d'une source) sont affectés de la valeur hiérarchique 1.

Nous présentons un exemple de réseau hiérarchisé suivant la classification de Shreve (figure 6).

#### *Les cols*

Les points que nous avons choisis pour démarrer la descente dans les talwegs sont les cols. Sans prétendre que de tels points sont nécessairement présents en amont de tout talweg, nos précédents résultats (Riazanoff *et al.* 1988) ont montré leur rôle essentiel dans la description du relief, en particulier en basse altitude (cf. étape II: le passage des cols bas).

Intuitivement, un col est un point présentant dans son voisinage immédiat au moins deux groupes de points situés plus hauts que lui, intercalés avec autant de groupes de points situés plus bas que lui. Dans un tout autre but, nous avons eu l'occasion de définir plus précisément cette notion (Riazanoff *et al.* 1990). Les cols dont nous partons dans cet article sont les cols 8-connexes, c'est-à-dire des points séparant deux groupes de voisins situés plus hauts, ces deux groupes étant déconnectés au sens de la 8-connexité. De plus, nous permettons l'égalité avec les voisins; ainsi, même dans une zone plate, nous détectons un col. Les résultats montrent qu'il est en effet préférable de procéder par excès que par défaut.

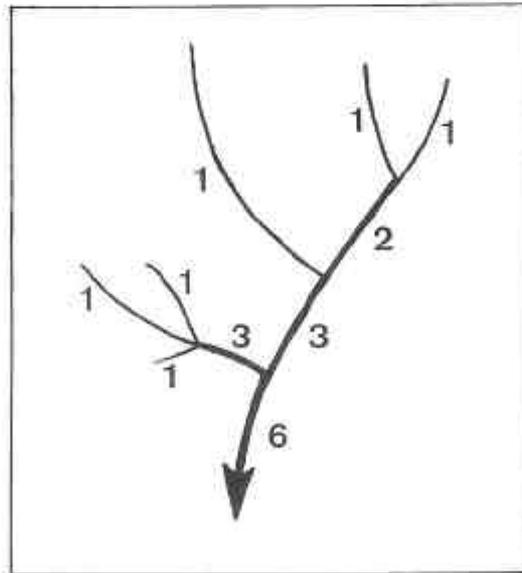


Figure 6. Exemple de réseau dans la classification de Shreve.

Exemples de cols 8-connexes:

0 : point central	+ - -	+ - -	+ - +
+: voisin situé plus haut que le point central	+ 0 +	- 0 -	- 0 -
-: voisin situé plus bas que le point central	- - +	- + -	- + -

### 3.3. Algorithme

L'algorithme que nous présentons procède en deux étapes distinctes. La première consiste à décrire complètement le réseau en descendant de tous les cols suivant la plus grande pente. La seconde s'applique à corriger les défauts provoqués par les dépressions en 'forçant' le drainage vers le col le plus bas.

#### Structure de données

Dans sa mise en œuvre, l'algorithme manipule des entités: les segments. Chaque segment repéré par son indice est doté d'attributs que l'étape 1 initialise (coordonnées des points début et fin du segment, pointeurs sur les segments aval et amont, valeur hiérarchique, etc.). Ces attributs sont utiles à l'étape 2, s'agissant d'une part de trouver le meilleur exutoire et, d'autre part, d'inverser le sens de drainage. De plus, nous utilisons deux images. La première est le MNT lui-même dans lequel chaque pixel indique une valeur d'altitude. La seconde est l'image du réseau destinée à contenir les points des segments repérés par leur indice. Avant de décrire précisément notre algorithme, il est utile de présenter l'un des aspects qui fait l'originalité de notre méthode.

#### Déplacement dans un modèle continu

Le déplacement est effectué pas à pas dans une image virtuelle et en coordonnées réelles. A chaque pas, la surface est interpolée dans un fenêtré  $3 \times 3$  par le polynôme:

$$z(x, y) = a \cdot x^2 + b \cdot y^2 + c \cdot xy + d \cdot x + e \cdot y + f$$

La fenêtré  $3 \times 3$  est centrée sur le pixel  $(X, Y)$  dont les coordonnées entières sont les plus proches des coordonnées réelles  $(x, y)$ . Les coefficients  $a, b, c, d, e$  et  $f$  sont estimés de manière à minimiser, au sens des moindres carrés, la distance aux 9 points de la fenêtré. Les valeurs de ces coefficients résultent de la convolution au voisinage des 6 masques:

$$\begin{array}{lll}
 a: \frac{1}{6} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} & b: \frac{1}{6} \times \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} & c: \frac{1}{4} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 d: \frac{1}{6} \times \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} & e: \frac{1}{6} \times \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} & f: \frac{1}{9} \times \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

Soient  $(x_i, y_i)$  les coordonnées réelles du point à l'étape  $i$ .

Les coordonnées réelles du point suivant  $(x_{i+1}, y_{i+1})$  résultent d'un déplacement à partir de  $(x_i, y_i)$  suivant le vecteur  $\mathbf{G}_i$ , d'une distance telle que le point à coordonnées entières  $(X_{i+1}, Y_{i+1})$  soit 8-connexe au point  $(X_i, Y_i)$ . Il se projette en  $(x_{i+1}, y_{i+1})$ .

La figure 7 illustre ce principe de déplacement.

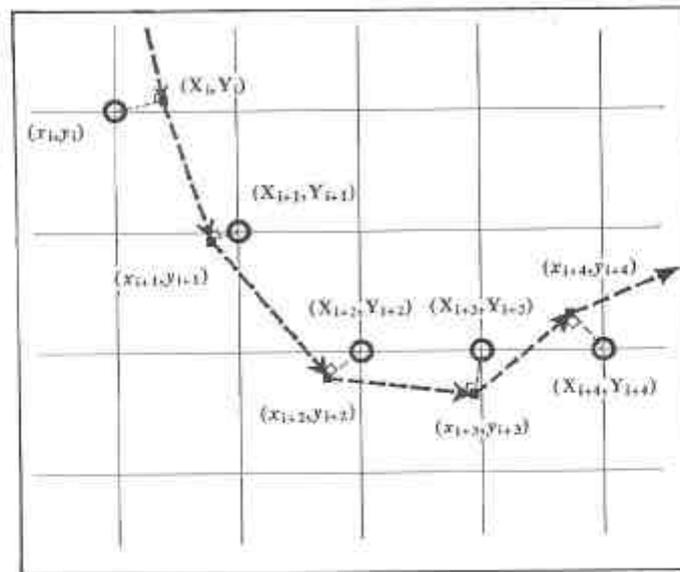


Figure 7. Principe de déplacement en coordonnées réelles dans une image discrète. Les flèches indiquent l'orientation du vecteur gradient; les coordonnées réelles  $(x, y)$  sont représentées par des carrés et les coordonnées entières  $(X, Y)$  par des cercles.

#### Etape 1: Descente des cols

L'algorithme de la descente des cols se présente ainsi:

- 1 L'image du réseau est préalablement initialisée à la valeur 0 (indice du fond).
- 2 Initialiser le nombre de segments ( $NSEG \leftarrow 0$ ).
- 3 Pour chaque pixel de l'image MNT Faire
  - 4 Si (le pixel est un col)
    - Alors
      - 5 Pour chaque direction de départ autour du col faire
        - 6 Incrémenter le nombre des segments ( $NSEG \leftarrow NSEG + 1$ )
        - 7 Le point courant est le voisin du col dans la direction de départ.
        - 8 Répéter
          - 9 Marquer le point courant dans l'image du réseau avec la valeur NSEG
          - 10 Se déplacer dans le modèle continu jusqu'à ce que le point courant arrive—hors de l'image,—sur un point déjà marqué—ou dans une dépression
        - 11 Si (le segment NSEG intercepte un segment IFIT déjà tracé)
          - Alors
            - 13 le segment IFIT sera cassé au point de confluence et la partie de IFIT située en aval de la confluence devient un nouveau segment d'indice  $NSEG + 1$ .
          - Fsi
            - 14 Si (il existe des segments en aval de NSEG)
              - Alors

- 15 incrémenter la valeur hiérarchique de chaque segment  
aval
- Fsi
- 15 Si (le segment LAVAL le plus en aval de NSEG finit dans une  
dépression)
- Alors
- 16 insérer le col de départ de NSEG dans la liste des cols  
d'altitude croissante pointée par le segment LAVAL.
- Fsi
- Ffaire
- Fsi
- Ffaire

Le principe de l'algorithme est illustré par la figure 8. Neuf cols sont représentés, tous numérotés. De chacun de ces cols, deux segments sont générés (il n'y en a que rarement davantage) dont l'un au moins vient converger dans la dépression centrale. En supposant que l'ordre d'examen de ces cols coïncide avec leur numéro, le premier segment  $S_1$  issu du col 1 arrive jusqu'à la dépression. Lorsque le segment  $S_2$  est tracé, celui-ci intercepte  $S_1$ .  $S_1$  est donc cassé pour générer  $S_3$ , et ainsi de suite...

Puisqu'il nous faudra, par la suite, trouver un exutoire à ce bassin de dépression, on doit conserver la liste des segments d'ordre 1, à savoir ceux directement issus des cols ( $S_1, S_2, S_4, \dots$ , dans la figure 8), et venant converger dans la dépression. De plus cette liste, que nous appelons *liste des cols bas*, est triée dans l'ordre des altitudes croissantes des cols sources, afin de faciliter la recherche du meilleur exutoire lors de la prochaine étape.

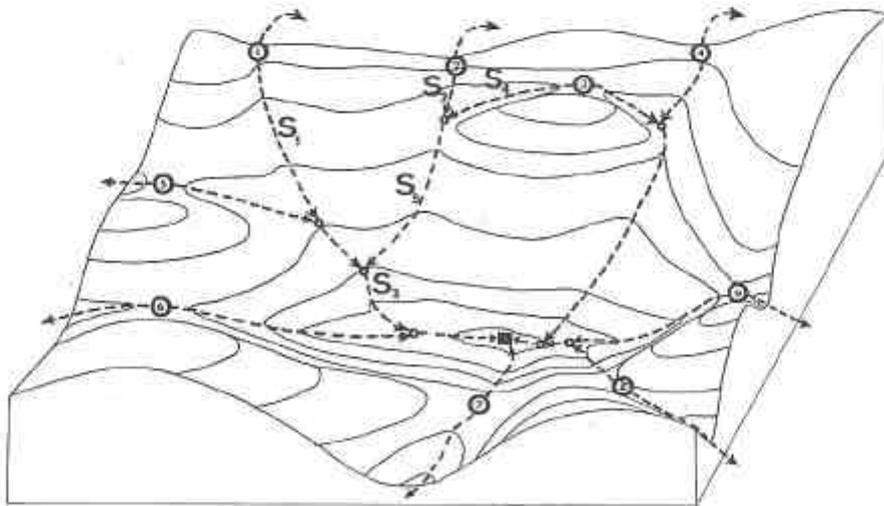


Figure 8. Principe de descente à partir des cols suivant la ligne de plus grande pente. Schéma d'un 'bassin de dépression'. Les flèches correspondent aux segments ( $S_i$ ), les grands cercles figurent les cols numérotés; les petits cercles représentent les points de confluence et le carré, le centre de la dépression.

*Etape 2: Passage des cols bas*

L'algorithme de passage des cols bas se présente ainsi.

- 1 Pour chacun des NSEG segments calculés à l'étape 1 faire
  - 2 Tant que le segment courant finit dans une dépression faire
    - 3 Si (l'on a trouvé un bon exutoire; c'est-à-dire le col le plus bas dans la liste des cols bas permettant de s'échapper vers un autre bassin)
      - Alors
        - 5 passer ce col; c'est-à-dire:
          - le marquer dans l'image du réseau
          - inverser le sens du drainage de la dépression à l'exutoire (ceci implique la mise à jour précise de tous les attributs des segments, en particulier celle de la valeur hiérarchique),
          - descendre de l'autre côté de l'exutoire en augmentant la valeur hiérarchique de chaque segment d'une quantité égale au nombre de segments du bassin de dépression moins un.
      - 6 Si (de l'autre côté, le segment le plus aval se termine dans une autre dépression)
        - Alors
          - 7 le segment le plus aval devient le segment courant (on recommence!!!)
        - Fsi
    - Fsi

On peut aisément démontrer que l'exutoire, c'est-à-dire le point d'échappement de l'eau en cas d'accumulation, est nécessairement un col. Ceci confirme leur rôle essentiel dans la description du relief. Dans la figure 8, le col numéro 7 (situé à l'avant du block diagramme) semble être un bon candidat pour permettre à l'eau de s'échapper de ce bassin de dépression. En revanche, le col numéro 3, même s'il est de très basse altitude, ne peut être considéré comme un bon exutoire, puisque tous les segments qui en sont issus aboutissent dans la même dépression; l'eau ne s'en échapperait donc pas. La figure 9 montre le résultat du passage du col bas numéro 7 appliqué au bassin de dépression de la figure 8. Les valeurs hiérarchiques des segments sont représentées sur ce croquis. La dernière phase de l'algorithme consiste à remplacer, dans l'image du réseau, les indices des segments par la valeur hiérarchique correspondante.

*3.4. Résultats*

L'algorithme a été appliqué au MNT dont l'extraction a été décrite au paragraphe 2. Ce MNT présente 570 profils de 844 points. L'image a été préalablement lissée par le filtre gaussien classique:

$$\frac{1}{16} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Ont été identifiés 19 374 cols qui génèrent 43 805 segments. Le nombre total de points du réseau est de 84 000. Environ 12 pour cent du nombre de cols initiaux, soit 2294

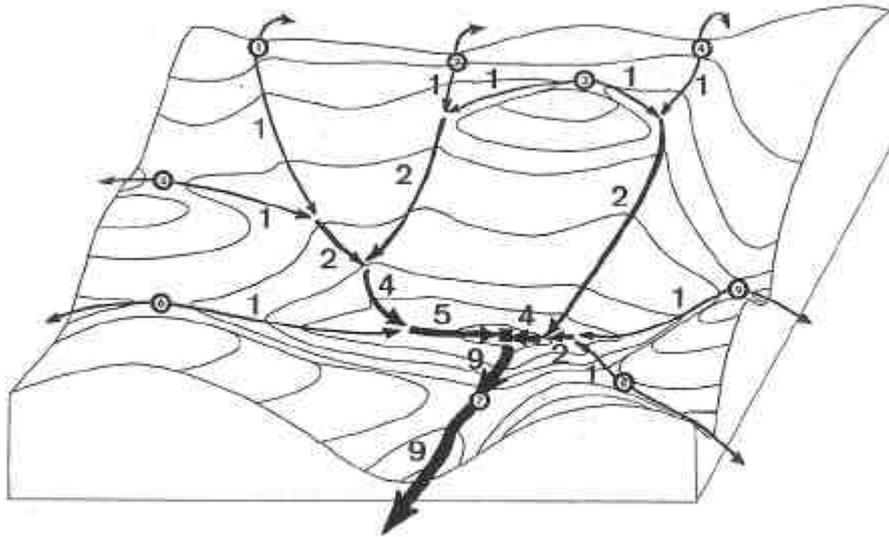


Figure 9. Principe de passage des cols bas. Schéma illustrant la sortie du 'bassin de dépression' de la figure 8 par le col bas numéro 7 ('trop-plein').

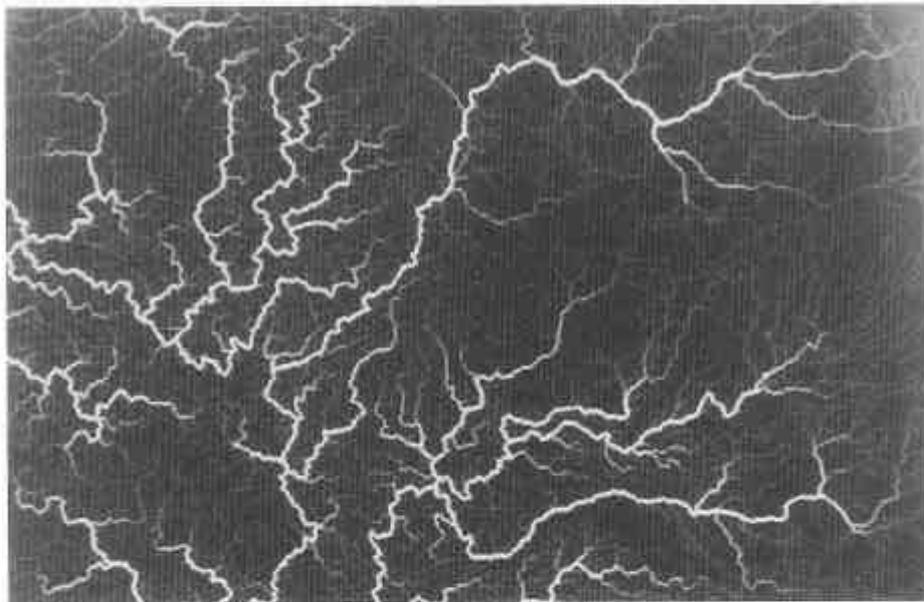


Figure 10. Réseau hiérarchisé des talwegs.

cols bas, ont été outrepassés. L'image du réseau de talwegs obtenue est présentée sur la figure 10, en noir et blanc. On constate que toutes les dépressions ont été 'résolues'; le drainage aboutit systématiquement en un point situé en bord d'image. A chacun de ces exutoires particuliers, on peut associer le bassin versant décrit par l'ensemble des segments drainants, c'est-à-dire convergents vers ce point.

### 3.5. Discussion

A titre de comparaison, nous avons relevé manuellement le réseau hydrographique à partir des cartes IGN au 1:50 000 de la région (figure 11). Sur de tels documents, l'information hydrographique, représentée en bleu, ne figure pas au premier plan; elle est souvent masquée par la toponymie, les routes, etc. . . . Il nous a donc fallu prolonger ou compléter le réseau en passant par les maxima de concavité des courbes de niveau ou, dans le meilleur des cas, par les points où celles-ci présentent une forme de 'V'.

Dans la moitié orientale de la zone (partie la plus accidentée), le réseau hiérarchisé de talwegs, obtenu grâce à l'algorithme, coïncide bien avec le réseau hydrographique de la carte. Pratiquement, tous les talwegs, ainsi que leur importance relative, sont restitués. Mieux encore, alors que l'interprète hésite à tracer l'aval de certains segments (par exemple dans les contreforts du Mont Ventoux situé dans la partie médiane de l'extrême Est de la carte), le programme propose un chemin pour l'écoulement.

En revanche, on notera la corrélation très médiocre entre le réseau obtenu automatiquement et celui obtenu manuellement dans la moitié occidentale de la zone. Sur des surfaces sub-horizontales, l'eau cherche son chemin. L'aspect tortueux, 'méandritique', ajouté à la profusion de cols, produit un réseau d'allure anarchique, dont l'organisation semble être régie par le hasard.

A cela on peut tenter plusieurs explications. Tout d'abord, la région, à forte concentration démographique, est largement dominée par l'activité humaine; l'irrigation, les canaux sont autant de facteurs aboutissant au fait que les voies d'eau n'obéissent plus à la descente suivant la plus grande pente naturelle (si faible soit-elle).

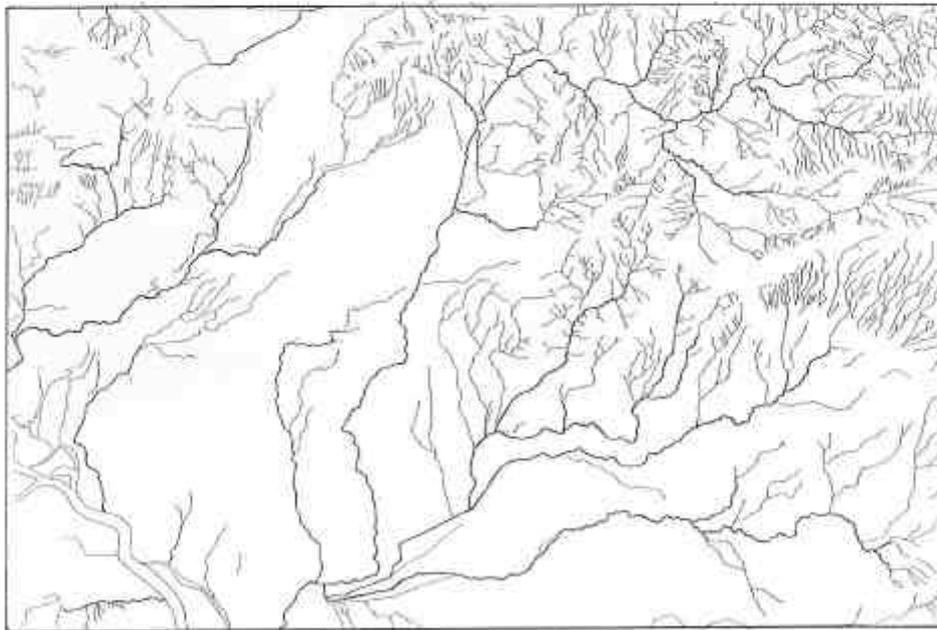


Figure 11. Réseau hydrographique relevé manuellement à partir des cartes IGN au 1:50 000.

Il n'y a donc plus de coïncidence entre le réseau hydrographique et le réseau de talwegs.

Une deuxième raison peut être recherchée dans la qualité du MNT lui-même. En particulier, dans les régions pratiquement plates, une erreur, même infime, peut faire basculer le sens d'exposition de la facette, et donc détourner l'écoulement théorique.

Enfin, l'algorithme lui-même peut être mis en cause. Le souci que vous avons de pouvoir atteindre le bord de l'image, et donc d'obtenir un réseau assez dense de manière à trouver au moins un chemin, implique de retenir des cols y compris dans des environnements pratiquement plats.

La prolifération de cols, et donc de segments, conjuguée à la croissance exponentielle des valeurs hiérarchiques induite par la classification de Shreve, entraînent l'obtention de valeurs très élevées de la hiérarchie. Dans notre exemple, le maximum vaut 5907; il est observé pour le segment le plus aval du bassin situé dans la partie nord-orientale de l'image (figure 10).

### 3.6. Application: seuillage du réseau hiérarchisé des talwegs

La possibilité d'obtenir un *réseau hiérarchisé* constitue un progrès important. En seuillant simplement l'image, l'utilisateur a la possibilité de faire plus ou moins apparaître le drainage secondaire, et d'obtenir ainsi le réseau le plus adapté à ses besoins. La figure 12 montre le réseau pour quelques valeurs de seuillage. On peut noter la croissance très rapide des valeurs hiérarchiques le long des drains principaux.

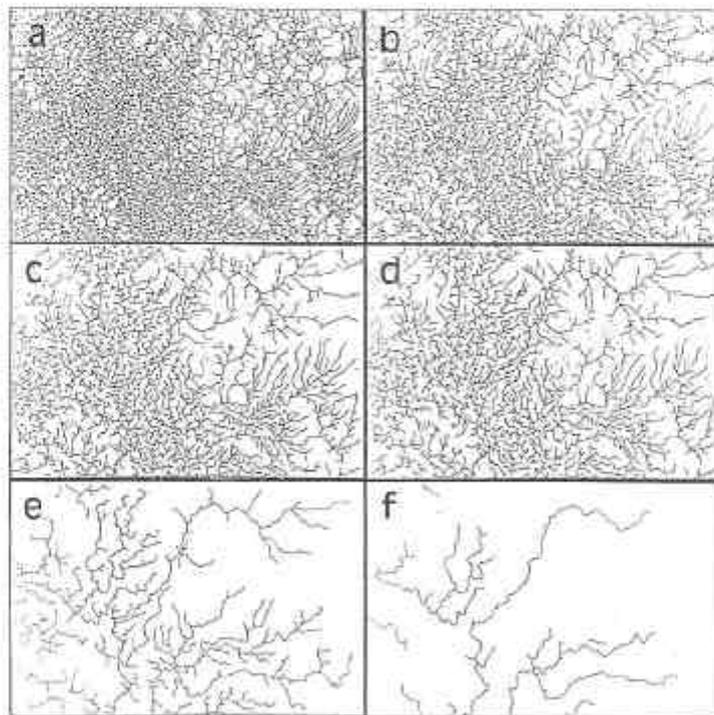


Figure 12. Réseau des talwegs complet (a) progressivement seuillé sur les valeurs hiérarchiques 1 (b), 2 (c), 3 (d), 30 (e) et 250 (f).

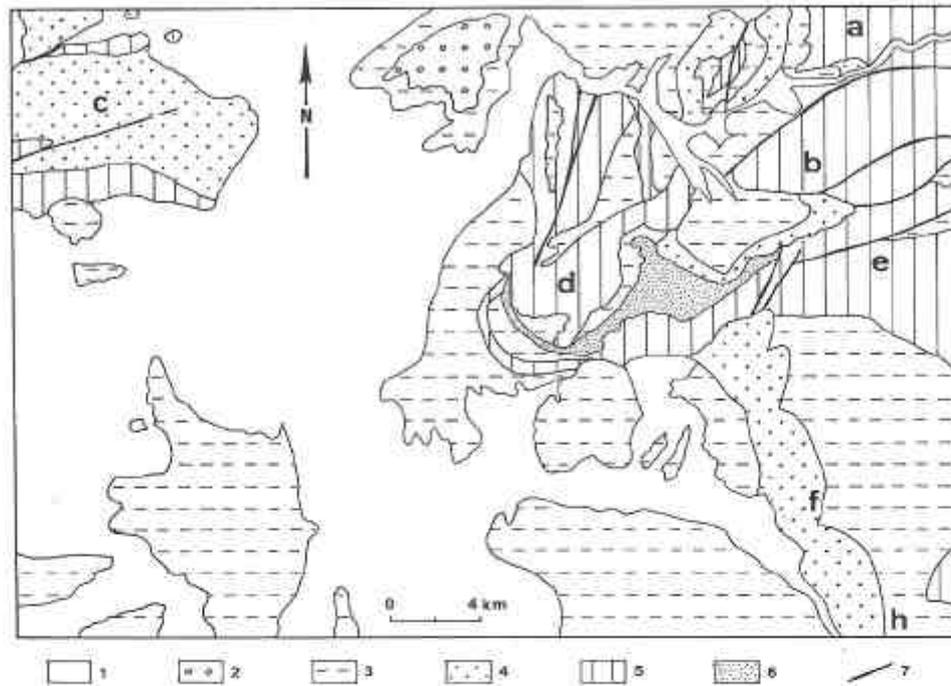


Figure 13. Carte lithologique de la région d'Orange, France. 1: alluvions; 2: conglomérats; 3: marnes; 4: grès; 5: calcaires; 6: argiles, gypses, dolomies; 7: failles; a: Pierrelongue; b: La Plate; c: Massif d'Urchaux; d: dentelles de Gigondas; e: extrémité occidentale du mont Ventoux; f: Mormoiron.

#### 4. Analyse statistique du réseau extrait

##### 4.1. Introduction

Dans ce paragraphe, nous cherchons à établir une corrélation qualitative entre la forme du réseau extrait précédemment (figure 10) et des caractères géomorphologiques et géologiques (lithologiques ou structuraux) de la région. Pour chaque mesure de forme que nous proposons, l'image statistique produite sera comparée à la carte lithologique de la région (figure 13) et donnera lieu à une interprétation géologique.

L'idée n'est pas nouvelle, de nombreux auteurs ont déjà considérablement contribué à définir les formes, voire les mesures qui permettent de caractériser un réseau d'étude et de l'identifier à une série de modèles. A ces modèles, ils associent une ou plusieurs descriptions géologiques. Citons, à ce propos, la contribution de Deffontaines et Chorowicz (1991), qui figure parmi les plus récentes. Après avoir présenté une méthode qui permet une meilleure interprétation des résultats statistiques, nous décrivons six mesures dont nous analysons l'application au réseau de la figure 10. Ces six mesures concernant les segments sont: directions, courbures, angles de confluence, longueur, densité, indice de parallélisme.

##### 4.2. Méthode de généralisation d'une mesure curviligne à l'image entière

S'agissant des courbures ou des longueurs de segments, la mesure ne s'applique qu'aux points du réseau, voire même seulement à certains points du réseau dans le cas

de mesure de l'angle de confluence. Afin d'améliorer la lisibilité de l'image et donc d'en faciliter l'interprétation, la mesure est généralisée à tous les pixels de l'image en moyennant l'information portée par les pixels du réseau. Ceci correspond à un lissage effectué dans une fenêtre circulaire centrée sur le pixel à traiter.

Soient  $(m_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ , les mesures des  $n$  pixels du réseau présents dans le disque centré en  $P$ , on affecte à  $P$  la valeur:

$$\frac{\sum_{i=1}^n m_i}{n}$$

La densité des points du réseau pouvant être localement faible, il est nécessaire d'utiliser des fenêtres de dimension importante. Dans tout ce qui suit, la fenêtre est un disque de diamètre 81 pixels.

A titre d'exemple, la figure 14 montre la généralisation de la valeur hiérarchique des pixels du réseau à toute l'image. Ceci montre que les zones situées en contrebas, (essentiellement les plaines) ou le long des drains principaux, sont les aires collectrices du drainage les plus importantes.

#### 4.3. Analyse des directions

Pour chaque point du réseau, on ajuste au mieux une droite minimisant l'erreur quadratique moyenne aux voisins de ce point. Le nombre  $n$  d'échantillons de cette analyse de régression est donné par l'utilisateur. Dans ce qui suit, nous avons utilisé 15 échantillons, soit 7 voisins de part et d'autre du point sur le segment.

Si l'on considère la droite donnée sous forme paramétrique

$$\begin{aligned} x(t) &= a_x t + b_x \\ y(t) &= a_y t + b_y \end{aligned}$$

L'estimation des coefficients  $a_x$  et  $a_y$ , au sens des moindres carrés est donnée par:

$$a_x = \frac{\sum_{i=1}^n i x_i - \sum_{i=1}^n i \times \sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n i^2 - \frac{1}{n} \times \left[ \sum_{i=1}^n i \right]^2} \quad \text{et} \quad b_x = \frac{\sum_{i=1}^n i y_i - \sum_{i=1}^n i \times \sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n i^2 - \frac{1}{n} \times \left[ \sum_{i=1}^n i \right]^2}$$

où  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ , sont les coordonnées dans l'image des  $n$  échantillons à interpoler.

L'image de sortie correspond à l'azimut, calculé dans le sens des aiguilles d'une montre, de la direction de la droite par rapport au Nord géographique. La valeur de chaque pixel est donnée par

$$\pi - \text{Arctg} \left[ \frac{a_y}{a_x} \right] \quad \text{modulo } \pi$$

Dans la figure 15, les faibles valeurs (couleur bleue) correspondent aux directions Nord à Nord-Est, les fortes valeurs (couleur rouge) correspondent aux directions Sud à Sud-Est. L'analyse de l'organisation spatiale des talwegs peut être affinée en n'examinant que certaines directions. La figure 16 montre le réseau de la figure 15 obtenu en sélectionnant les directions par intervalles de largeur  $30^\circ$ .

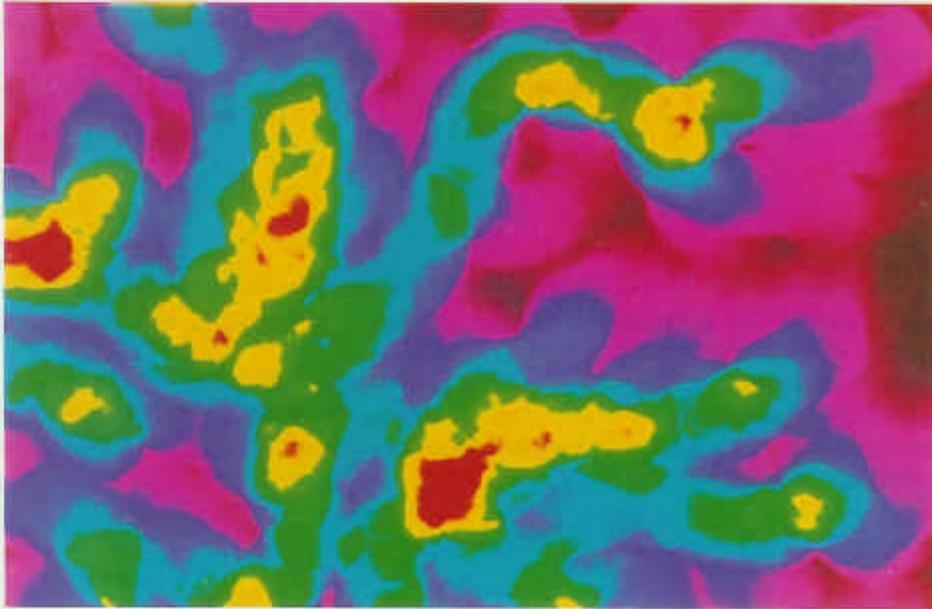


Figure 14. Image des valeurs hiérarchiques de la figure 10, généralisées à toute l'image. Elle est obtenue par lissage des points du réseau dans une fenêtre circulaire de diamètre 81 pixels.

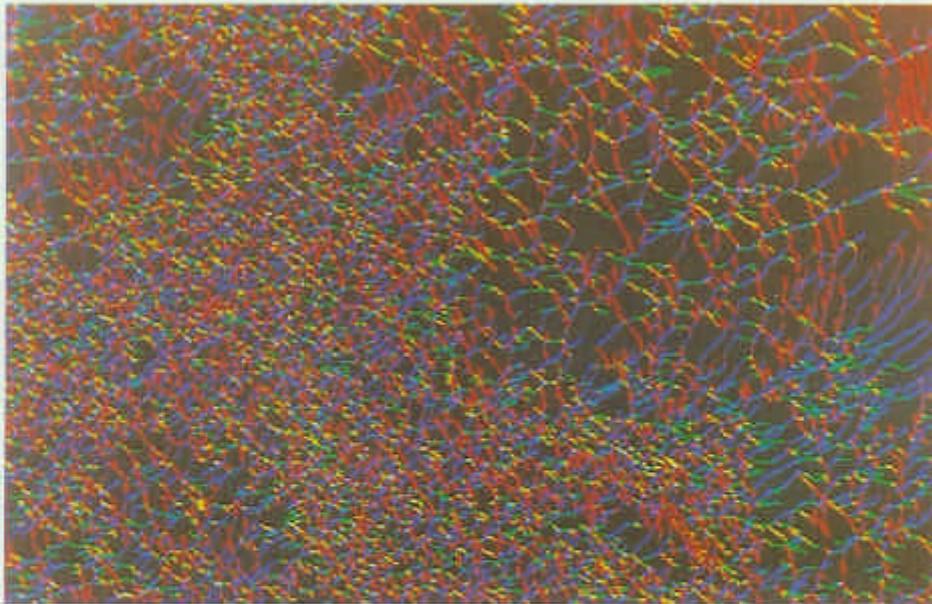


Figure 15. Image des directions. Chaque direction des pixels de réseau (figure 10) le long de leur segment est représentée par une couleur (rouge: Sud à Sud-Est, jusqu'à violet: Nord à Nord-Est).

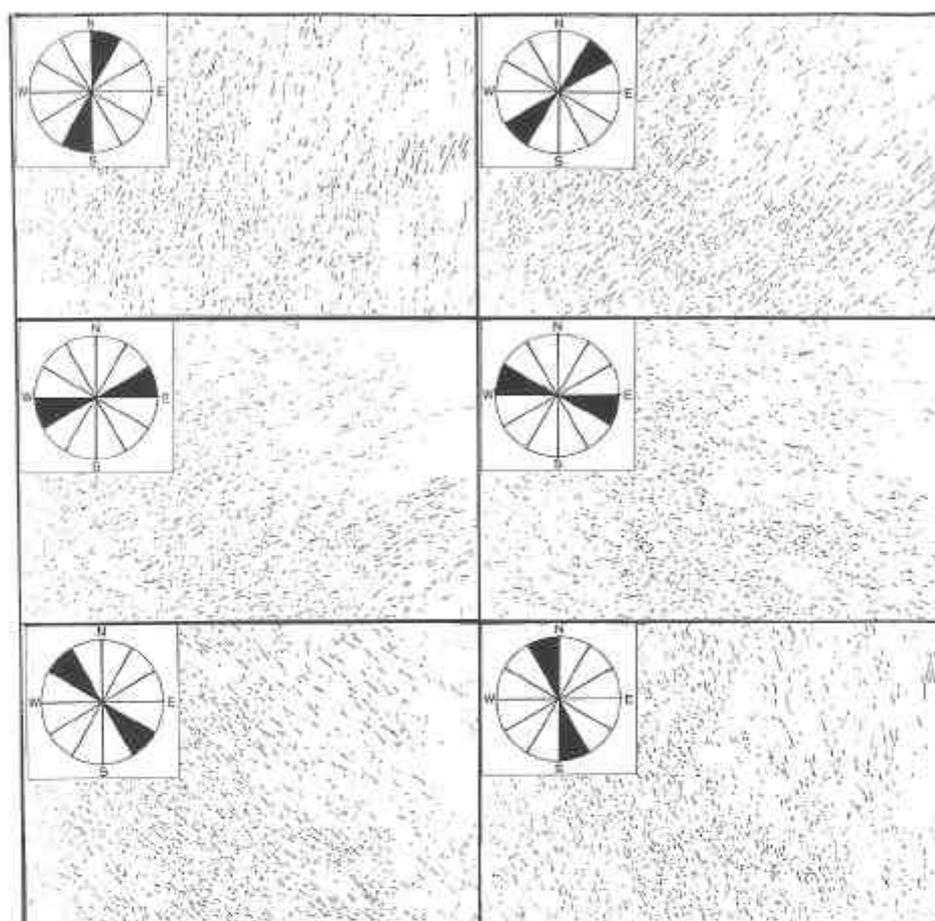


Figure 16. Seuillage de l'image des directions (figure 15) par intervalles de 30°. Les directions sélectionnées sont indiquées dans les rosaces.

#### *Interprétation géomorphologique*

L'analyse de la figure 16 montre que, pour une direction donnée, les longueurs et les densités des segments sont liées à l'étendue des versants. En particulier, les segments d'ordre faible (valeur hiérarchique 1 ou 2) sont directement orientés dans le sens des versants. Les segments d'ordre supérieur s'affranchissent progressivement de cet effet de pente, et leurs directions ont plutôt tendance à être parallèles aux versant majeurs.

#### *4.4. Analyse des courbures*

On cherche à déterminer les coefficients  $a_x$ ,  $b_x$ ,  $c_x$ ,  $a_y$ ,  $b_y$  et  $c_y$ , d'une parabole dont la distance aux  $n$  échantillons minimise l'erreur quadratique moyenne. Equation paramétrique de la parabole:

$$x(t) = a_x t^2 + b_x t + c_x$$

$$y(t) = a_y t^2 + b_y t + c_y$$

Par une méthode analogue à celle utilisée précédemment, les solutions sont les suivantes:

$$a_x = \frac{C \left( \sum_{i=1}^n i^2 x_i - S_2 \sum_{i=1}^n x_i/n \right) - B \left( \sum_{i=1}^n i x_i - S_1 \sum_{i=1}^n x_i/n \right)}{AC - B^2}$$

$$b_x = \frac{B \left( \sum_{i=1}^n i^2 x_i - S_2 \sum_{i=1}^n x_i/n \right) - A \left( \sum_{i=1}^n i x_i - S_1 \sum_{i=1}^n x_i/n \right)}{B^2 - AC}$$

Avec

$$A = S_4 - \frac{S_2^2}{n} \quad B = S_3 - \frac{S_1 S_2}{n} \quad C = S_2 - \frac{S_1^2}{n}$$

$$S_1 = \sum i \quad S_2 = \sum i^2 \quad S_3 = \sum i^3 \quad S_4 = \sum i^4$$

Les expressions de  $a_y$  et  $b_y$  sont analogues aux précédentes. La courbure est donnée par:

$$K(t) = \frac{\left| \begin{array}{c} x'(t)y''(t) \\ x''(t)y'(t) \end{array} \right|}{(x'(t)^2 + y'(t)^2)^{3/2}}$$

$$K(t) = \frac{(2a_x t + b_x) \times 2a_y - (2a_y t + b_y) \times 2a_x}{((2a_x t + b_x)^2 + (2a_y t + b_y)^2)^{3/2}}$$

Si la courbure est calculée pour  $t=0$

$$K = \frac{2(a_y b_x - a_x b_y)}{(b_x^2 + b_y^2)^{3/2}}$$

Du fait de l'instabilité de l'interpolation polynomiale, les valeurs de sortie sont bornées à  $K_0 = 2\pi/n$ , où  $n$  est le nombre d'échantillons. Cette valeur correspond à la courbure des points d'un cercle de périmètre égal à  $n$  (cas limite théorique).

Comme précédemment, l'interpolation a été réalisée sur 15 échantillons. Les résultats sont montrés sur la figure 17. On constate que les points de confluence présentent assez souvent des maxima de courbure, en particulier lorsque l'un des segments confluent est court. Dans ce cas, l'interpolation ne peut être effectuée que sur moins de 15 échantillons, et sera d'autant plus sensible aux moindres variations de directions.

#### *Interprétation géomorphologique et géologique*

On observe sur la figure 17 une faible linéarité dans les plaines (ce qui équivaut à une forte courbure; le terme de linéarité, caractère inverse de la courbure, est plus familier aux géologues). Dans les zones montagneuses ou de collines même modestes, le réseau présente une allure nettement plus linéaire. Ceci montre que le principal phénomène agissant sur la linéarité est la pente, et en particulier la longueur de ces pentes.

Une anomalie est à signaler, qui est soulignée par des tirets dans la figure 17. Le long de cet axe, le réseau présente une linéarité relativement plus élevée que celle de

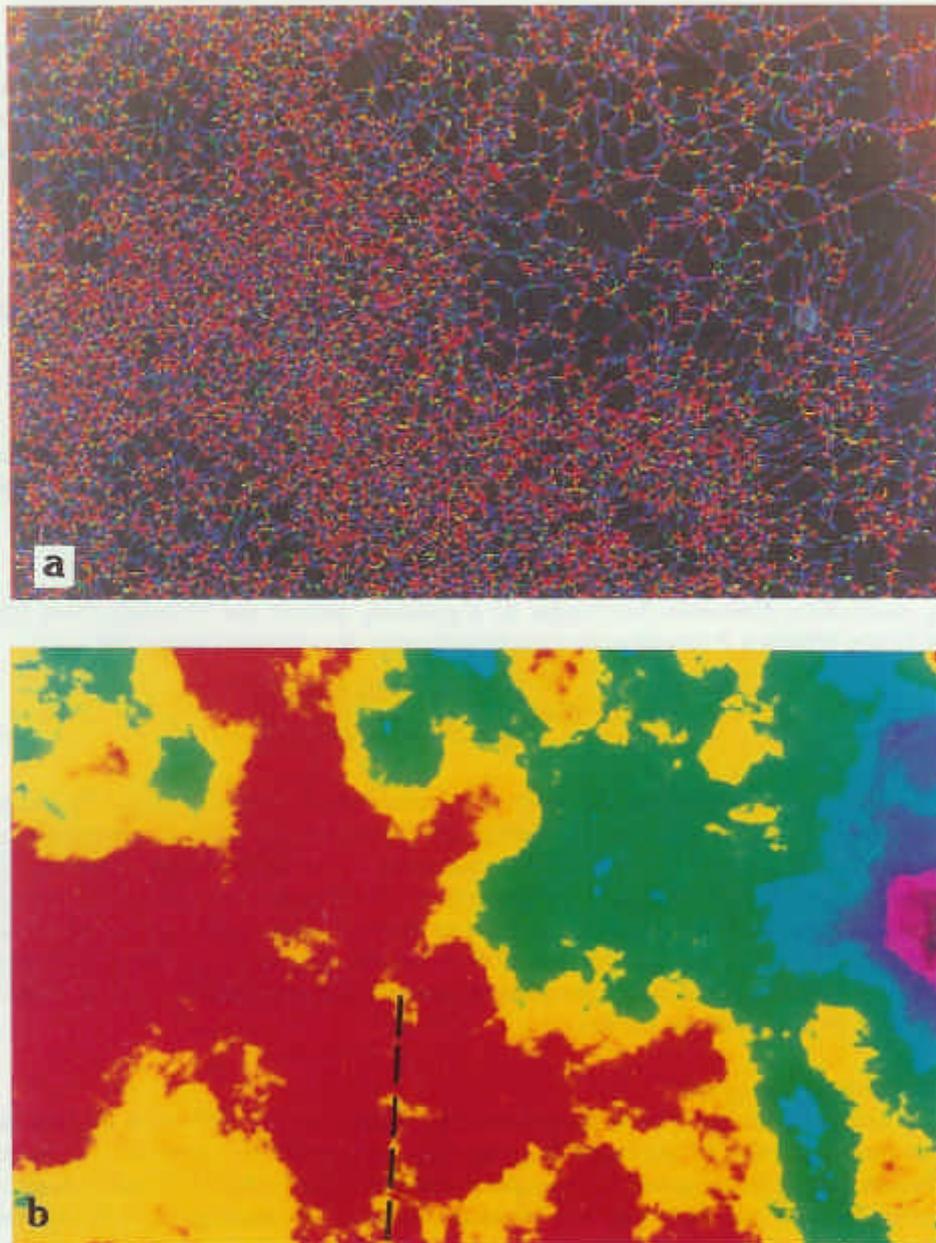


Figure 17. Image des courbures. (a) Mesure des pixels du réseau de la figure 10. (b) Généralisation de la mesure à l'image entière. Le trait souligné une anomalie pouvant correspondre à un alignement géologique structural discret.

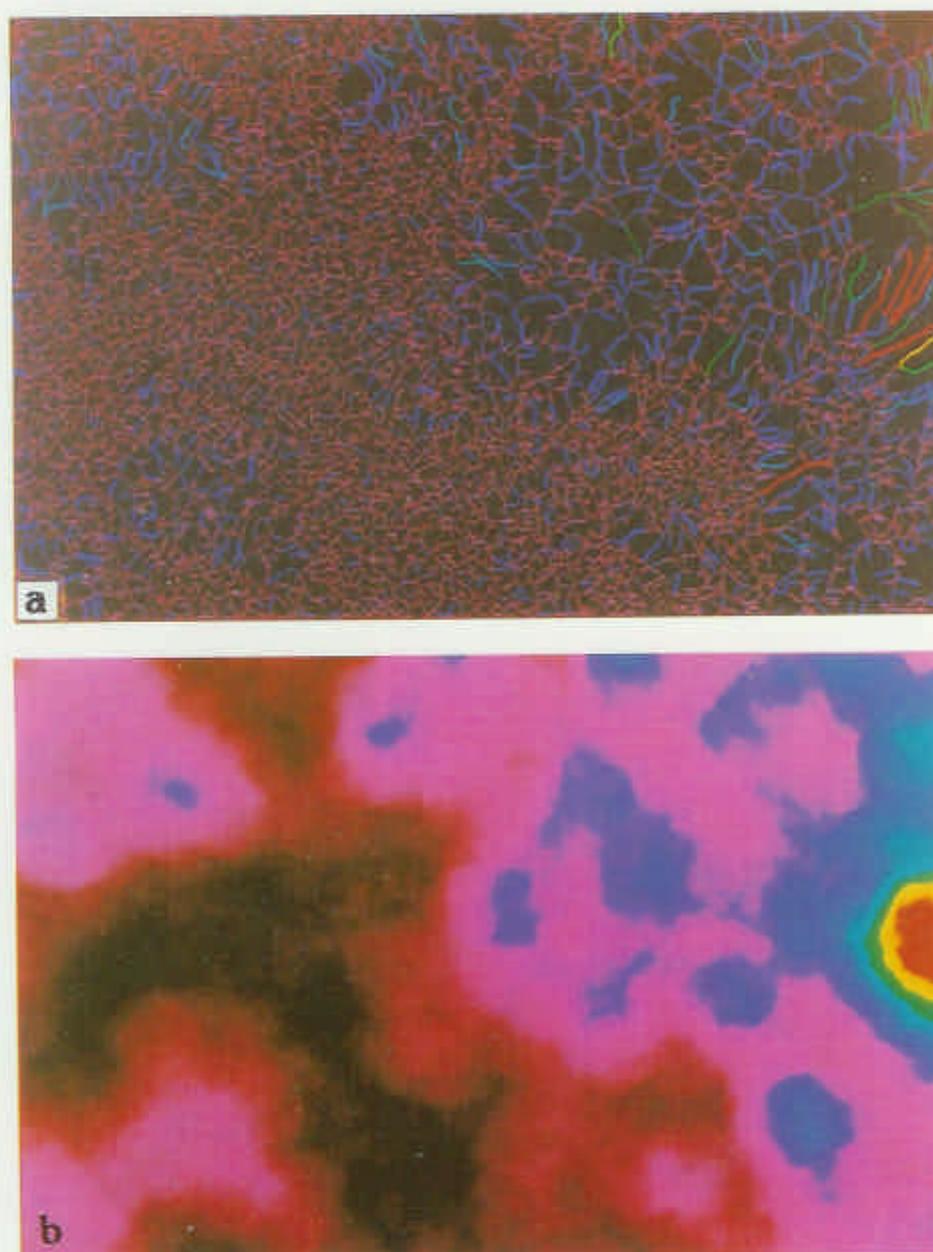


Figure 18. Image des longueurs. (a) Chaque point est affecté du nombre de points du segment. (b) Généralisation de la mesure à l'image entière. Les plus fortes longueurs correspondent aux pentes homogènes les plus longues.

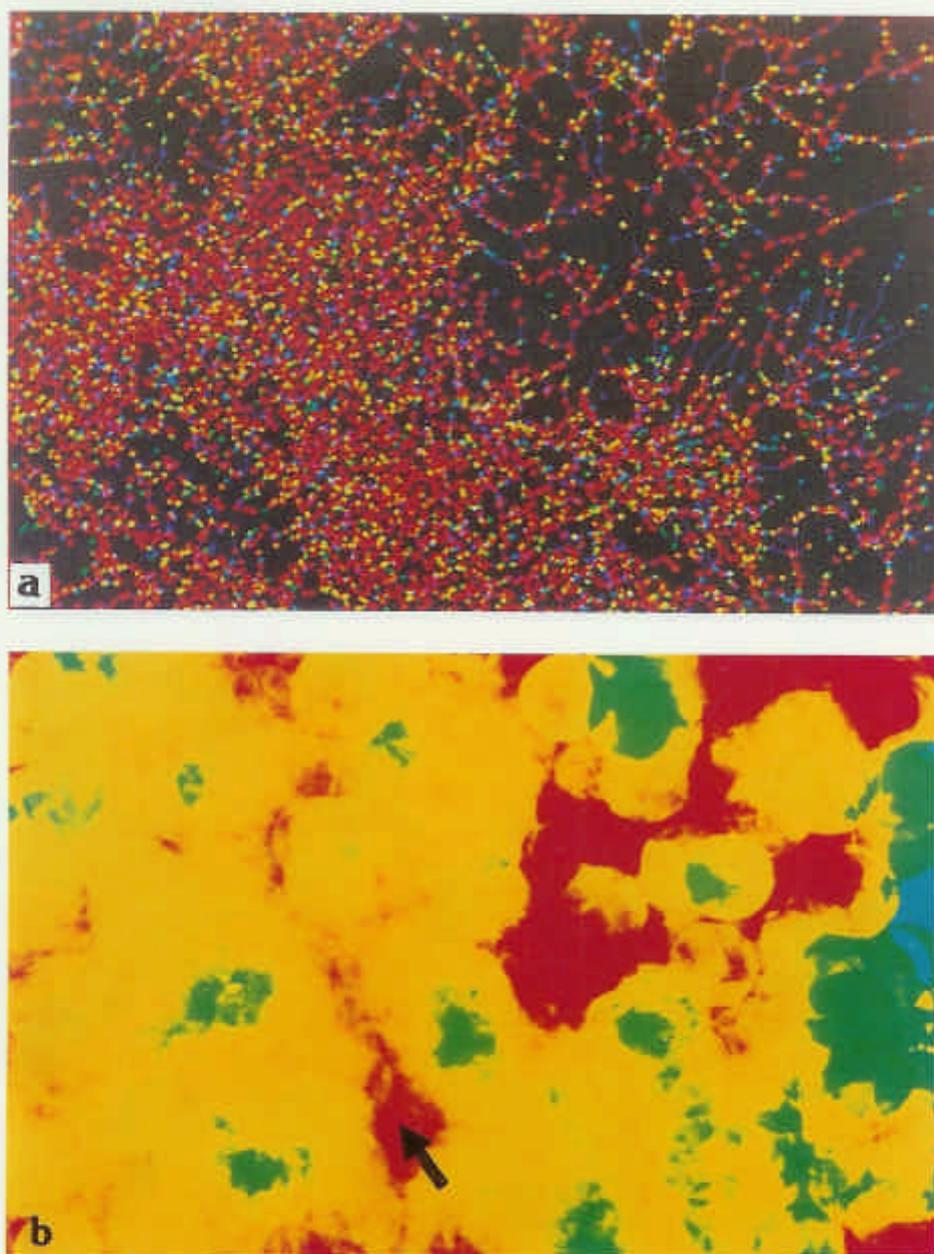


Figure 19. Image des angles de confluence. (a) Les points de confluence ont été dilués et superposés au réseau de la figure 10. (b) Généralisation de la mesure à l'image entière. Les zones en rouge délimitent les parties de réseau de type structural. La flèche indique un anomalie dans la plaine d'Orange.

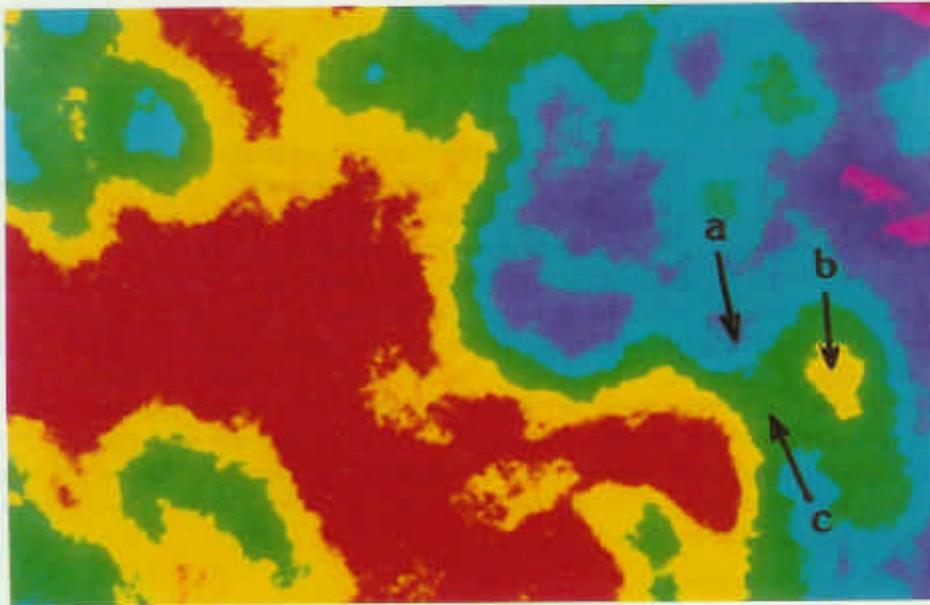


Figure 20. Image des densités: Les flèches soulignent une différenciation de la lithologie (*a*: grès, *b*: marnes, *c*: lieu de passage du drain principal à travers les grès).

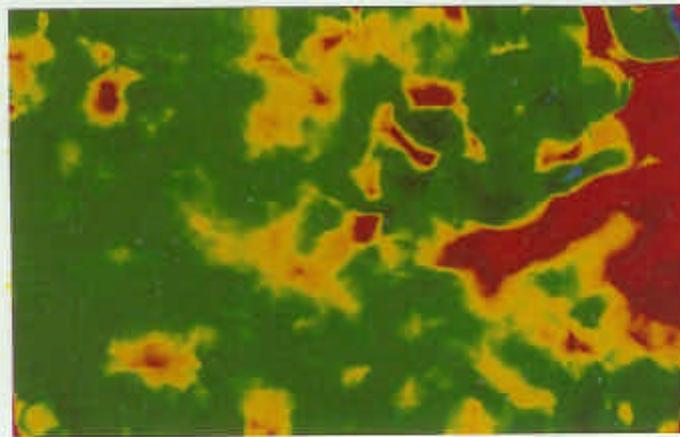


Figure 21. Image de l'indice de parallélisme.

avoisinante. Ceci pourrait indiquer la superposition de ce drain principal à un trait structural discret, de type linéamentaire, déjà signalé antérieurement (cf. §4.4).

#### 4.7. Analyse des densités

A chaque point de l'image, on affecte le quotient du nombre de points de réseaux présents dans la fenêtre (disque de diamètre 81 pixels) et de l'aire de cette fenêtre.

#### Interprétation géologique

De nouveau, cette mesure semble très corrélée à la topographie, comme le montre la figure 20. On peut néanmoins observer une différenciation dans le secteur de Mormoiron (zone *f* de la figure 13). Le réseau extrait (figure 10) révèle bien le contact grès/marne qu'on peut observer sur la carte lithologique (figure 13). Au Nord-Est, les marnes (formant une dépression) supportent un réseau de type dendritique assez dense, alors que la barre de grès n'est pratiquement pas drainée. Cette différenciation n'apparaît pas sur le réseau extrait des cartes topographiques (figure 11). L'image des densités (figure 20) traduit ce contraste par une zone de densité relativement plus faible (flèche *a*) à l'emplacement des grès, et de densité relativement plus forte (flèche *b*) à l'emplacement des marnes. Plus précisément, la zone des grès présente une augmentation locale de la densité (flèche *c*) centrée sur le passage du drain principal à travers la barre gréseuse. A cet endroit précis, le drain principal collecte un éventail de petits talwegs convergents.

#### 4.8. Analyse du parallélisme

La mesure que nous présentons est destinée à estimer le caractère plus ou moins parallèle des segments présents dans une fenêtre. L'algorithme procède en deux étapes. La première passe sur l'image est destinée à identifier chaque segment (repéré par son indice) et à calculer les coefficients directeurs ( $a_x, a_y$ ) de la droite de régression par moindres carrés sur tous les points du segment. A l'issue de cette première passe, une 'image des segments' est fabriquée, dans laquelle chaque point du réseau est repéré par l'indice du segment auquel il appartient. La deuxième étape consiste à examiner le voisinage (disque de 81 pixels de diamètre) de chaque point et à calculer l'indice de parallélisme à partir de segments présents dans la fenêtre. L'indice de parallélisme est un produit scalaire normalisé, calculé comme suit: soit  $(s_i), i=1, \dots, n$ , l'indice des  $n$  segments présents dans la fenêtre; soit  $(n_i), i=1, \dots, n$ , le nombre de points présents dans la fenêtre de chacun des  $n$  segments. L'indice de parallélisme est donné par:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n n_i n_j |(a_x)_{s_i} (a_x)_{s_j} + (a_y)_{s_i} (a_y)_{s_j}|}{\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n n_i n_j}$$

La figure 21 montre l'image produite en calculant cet indice.

#### Interprétation géomorphologique

L'indice de parallélisme met en évidence, sur la figure 21, les pentes les plus grandes des reliefs les plus forts. Cette mesure est donc très corrélée à la topographie.

#### 4.9. Conclusions géologiques de l'analyse statistique

Les six mesures, à savoir: directions, courbures, longueurs, angles de confluence, densité et indice de parallélisme, sont en général très corrélées à la topographie. Parmi

elles, au moins trois nous semblent révéler des détails intéressants concernant la géologie (lithologie, structure). La *densité* est la seule mesure ayant permis une différenciation de la *lithologie* (grès/marnes). Les *angles de confluence* peuvent séparer les réseaux très influencés par les *caractères structuraux* de ceux qui n'obéissent qu'au principe de descente suivant la plus grande pente. Enfin la *courbure*, bien que très dépendante du relief, peut souligner des anomalies sans doute liées à des *éléments structuraux sous-jacents*, tels que des failles.

## 5. Conclusions

Nous avons présenté un ensemble coordonné d'algorithmes s'enchaînant automatiquement. Cette séquence a pour finalité la visualisation et l'analyse statistique des formes du réseau des talwegs. Les résultats dépendent à la fois du mode de calcul du modèle numérique de terrain (MNT), de la méthode d'extraction du réseau hiérarchisé, et des mesures mises en oeuvre pour l'analyse statistique.

Le modèle numérique de terrain que nous avons présenté a été calculé automatiquement par corrélation d'un couple stéréoscopique d'images SPOT. Sa qualité, par comparaison avec le MNT de la même région et extrait de la base de données altimétrique de l'IGN, est suffisante pour nos applications. L'algorithme que nous avons décrit permet d'extraire automatiquement de ce MNT un réseau hiérarchisé de talwegs. Malgré quelques défauts, en particulier sur les surfaces sub-horizontales, le réseau extrait est cohérent et relativement proche de celui que nous avons pu établir par relevé manuel. La méthode que nous avons présentée fournit aux thématiciens (hydrologues, géologues, cartographes, ...) un outil puissant pour l'extraction automatique du réseau hiérarchisé des talwegs.

Six mesures ont été présentées, qui, pour au moins trois d'entre elles, permettent de corréler l'information statistique produite avec des caractères géologiques de la région. Les résultats permettent de conclure que, dans la région étudiée, le réseau est davantage influencé par des aspects structuraux (en particulier par la topographie) que par la lithologie. Seule la mesure de densité souligne un contact lithologique. Ces mesures, qu'il faudrait perfectionner, constituent la première phase d'un processus de reconnaissance de formes aboutissant à la classification de réseaux hydrographiques et des structures sous-jacentes.

L'algorithme d'extraction du réseau hiérarchisé des talwegs s'exécute rapidement. En revanche, les mesures statistiques, qui impliquent nécessairement de traiter de larges fenêtres, requièrent davantage de ressources. La puissance des machines modernes permettra sous peu de pallier cet inconvénient.

## Remerciements

Nous remercions Marie-Claude Perret, Isabelle Hénon, Michel Lechat et Patrick Mousnier-Lompré de l'Institut Géographique National, qui ont élaboré le Modèle Numérique de Terrain, calculé et restitué le couple stéréoscopique en géométrie épipolaire et la vue perspective de synthèse illustrant cet article.

## Bibliographie

- CHOROWICZ, J., 1984, Importance of pattern recognition for geological remote sensing—application and new look on geological maps. *Remote Sensing for Geological Mapping*, 18, 29–40. IUGS publication, Orléans, France.

- DEFFONTAINES, B., et CHOROWICZ, J., 1991, Principle of hydrographic network analysis from multisource data. Application to structural analysis of the Zaïrian basin, *Tectonophysics*, in the press.
- HARALICK, R. M., 1983, Ridges and valleys on digital images. *Computer Vision Graphics and Image Processing*, **22**, 28-38.
- JENSON, S. K., 1985, Automated derivation of hydrologic basin characteristics from digital elevation model data. *Proceedings of Auto-Carto VII ASP publication, Washington, D.C., March 1985*, pp. 301-310.
- JENSON, S. K., et DOMINGUI, J. O., 1988, Extracting topographic structure from digital elevation data for geographic information system analysis. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, **54**, 1593-1600.
- MARTZ, L. W., et DE JONG, E., 1988, Catch: a fortran program for measuring catchment area from digital elevation models. *Computers and Geosciences*, **14**, 627-640.
- MASSON D'AUTUME, G., 1984, Corrélation numérique d'images quelconques selon les lignes quasi-épipolaires, par approximations successives. *Bulletin de la Société Française de Photogrammétrie et de Télédétection*, **95**, 23-32.
- RIAZANOFF, S., CERVELLE, B., et CHOROWICZ, J., 1988, Ridges and valleys lines extraction from digital terrain models. *International Journal of Remote Sensing*, **9**, 1175-1183.
- RIAZANOFF, S., CERVELLE, B., et CHOROWICZ, J., 1990, Paramétrisable skeletonization of binary and multi-level images. *Pattern Recognition Letters*, **11**, 25-33.
- SHREVE, R. L., 1966, Statistical law of stream numbers. *Journal of Geology*, **74**, 17-37.