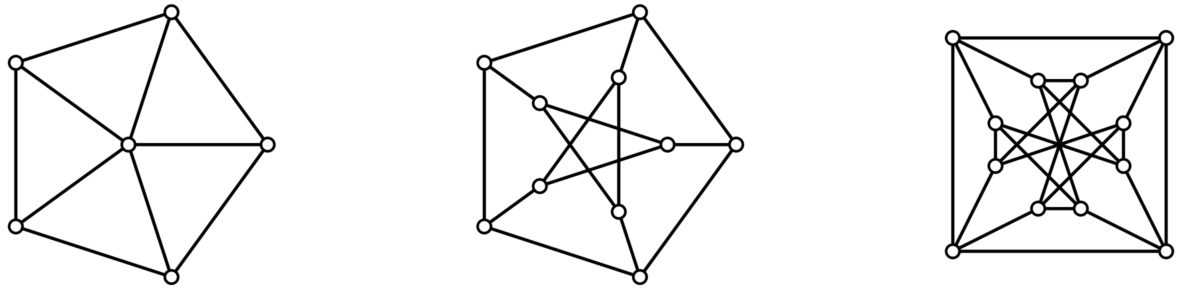
UPEM – M1 informatique — Méthodes et modélisation pour l'optimisation
Année 2016–2017 — TD 1

Exercice 1. Colorier avec un nombre minimal de couleurs les graphes suivants (on s'efforcera de justifier la minimalité) :



Exercice 2. Un brasseur de bière artisanale dispose de 75 kg de *malt*, 60 kg de *houblon* et 50 kg de *levure*. À partir de ces ingrédients, il peut produire deux types de bière : une bière *blonde* et une bière *brune*. La production d'un baril de bière de l'une ou l'autre sorte consomme les ressources suivantes :

- Bière blonde : 2 kg de malt, 3 kg de houblon et 2 kg de levure.
- Bière brune : 3 kg de malt, 1 kg de houblon et 5/3 kg de levure.

Un baril de bière blonde se vend 200 euros et un baril de bière brune se vend 100 euros. Le marché est suffisant pour absorber toute quantité que l'on peut produire de l'une ou l'autre bière.

Le brasseur se demande comment répartir sa production entre ces deux sortes de bière afin de maximiser le bénéfice tiré de la vente.

▷ Proposer un programme linéaire qui modélise ce problème.

Exercice 3. (⋆) Proposer une manière de formuler la résolution d'une grille de **Sudoku** comme un problème de coloriage de graphe. On pourra commencer par une grille de taille 4×4.

	4		2
2		3	
	3		1
		4	3

Grille de Sudoku de taille 4×4

▷ Combien de sommets et d'arêtes contient le graphe pour une grille classique (9×9) ?

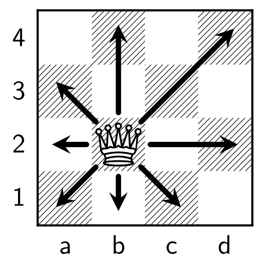
Exercice 4. Démontrer ou réfuter :

(a) La formule $(x \vee y) \wedge z$ vaut toujours la même chose que $x \vee (y \wedge z)$.

(b) La formule $(x \vee y) \wedge (x \vee \neg y) \wedge (\neg x \vee y)$ vaut toujours la même chose que $x \wedge y$.

Exercice 5. ($\star$) Considérer un échiquier de taille 4 x 4 et 4 reines. Rappelez-vous que la reine peut se déplacer en diagonale, horizontalement et verticalement, d'autant de cases qu'elle veut (voir la figure). Est-ce qu'il est possible de placer les 4 reines de manière à ce qu'aucune d'entre elles ne soit en prise?

▷ Formuler ce problème en un problème SAT.



Indice : utilisez une variable pour chaque case avec l'interprétation « cette case contient une reine ».

Exercice 6. ($\star$) Une entreprise achète des barres d'aluminium de 3 mètres et les utilise pour découper des éléments de fenêtre dont les longueurs peuvent être de 0.50 m, 1.00 m, 1.20 m. L'entreprise doit réaliser un chantier demandant 300 éléments de 0.50 m, 130 éléments de 1.00 m et 100 éléments de 1.20 m. Les barres d'aluminium entamées ne pourront pas servir pour un autre chantier et sont considérées comme perdues. L'entreprise cherche un plan de découpe qui minimise le nombre de barres de 3 m utilisées.

▷ Formuler ce problème comme un programme linéaire.