

Modélisation SAT et DPLL

Exercice 1. (PU) Appliquer la propagation unitaire aux ensembles de clauses suivants. Les ensembles sont-ils satisfaisables ?

- (a) $\{(x_1 \vee \neg x_2), (x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4), (x_1 \vee x_3), (x_1 \vee \neg x_4), (\neg x_1)\}$
- (b) $\{(x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3), (x_2 \vee \neg x_4), (x_3), (\neg x_5 \vee x_4), (x_5), (\neg x_5 \vee \neg x_6 \vee \neg x_1)\}$

Exercice 2. (DPLL) Appliquer l'algorithme DPLL aux ensembles de clauses suivants.

- (a) $\{(\neg x_1 \vee x_2), (\neg x_2 \vee x_3 \vee x_4)\}$
- (b) $\{(x_1 \vee x_2), (x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4), (\neg x_1 \vee \neg x_2), (\neg x_1 \vee \neg x_3 \vee \neg x_4)\}$

Exercice 3. (Bataille navale) On cherche à deviner la position d'un certain nombre de bateaux sur une grille de bataille navale à 2 lignes (1 et 2) et 3 colonnes (1, 2 et 3). On dispose des informations suivantes :

1. Il y a au moins un bateau sur la ligne 1.
 2. Il y a au moins un bateau sur la ligne 2.
 3. Il n'y a pas deux bateaux sur une même colonne.
 4. Il n'y a pas de bateau en ligne 2, colonne 1.
 5. S'il y a un ou plusieurs bateaux sur la ligne 1, alors il n'y en a pas en ligne 2, colonne 3.
- (a) Traduire le problème en une formule CNF. Modéliser la grille par des variables $x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23}$.
 - (b) Appliquer l'algorithme DPLL avec l'ordre de variable $x_{23}, x_{22}, x_{21}, x_{13}, x_{12}, x_{11}$.

Exercice 4. (Jury) Un juge doit former un jury de 3 personnes. Personne dans le jury ne doit connaître un autre membre. Il y a 6 candidats et ils se connaissent comme suit :

candidat	connaissances
1	2 3
2	1 3 4
3	1 2 6
4	2 5
5	4 6
6	3 5

Modéliser ce problème en SAT.

Exercice 5. (Max SAT) Supposer qu'on a un solveur SAT, comme `minisat` (l'exécutable, pas le code source). Supposer aussi qu'on a une formule F en CNF. Que pouvez-vous faire pour déterminer s'il est possible de satisfaire au moins k clauses de F ?

(Le problème de trouver le nombre maximal de clauses satisfaisables s'appelle Max SAT.)