Méthodes et modélisation pour l’optimisation

M1 informatique, 2018–2019

06 — DPLL

UNIVERSITÉ PARIS-EST MARNE-LA-VALLÉE

INSTITUT D’ÉLECTRONIQUE ET D’INFORMATIQUE GASPARD-MONGE

Algorithme DPLL

- Entrée : une formule en CNF
- Sortie : **SAT** si la formule est satisfaisable, **UNSAT** sinon
- Algorithme naïf : essayer toutes les 2^n affectations

$$f : \{x1, \dots, xn\} \rightarrow \{0,1\}$$

- Problème NP-complet — en général, on ne peut pas faire (beaucoup) mieux.
- Amélioration : étape de raisonnement ajoutée pour éviter de considérer toutes les possibilités.

Propagation unitaire

$(x_P), (\neg x_N), (\neg x_J \lor x_N), (x_P \lor x_J)$

Propagation unitaire

$(x_P), (\neg x_N), (\neg x_J \vee x_N), (x_P \vee x_J)$

Si on veut satisfaire toutes les clauses, il faut satisfaire la clause (unitaire) (x_P)

Propagation unitaire

$(x_P), (\neg x_N), (\neg x_J \vee x_N), (x_P \vee x_J)$

Si on veut satisfaire toutes les clauses, il faut satisfaire la clause (unitaire) (x_P)

$(x_P), (\neg x_N), (\neg x_J \vee x_N), (x_P \vee x_J)$

Affectation partielle : $x_P = 1$

Propagation unitaire

$$(x_P), (\neg x_N), (\neg x_J \vee x_N), (x_P \vee x_J)$$

Si on veut satisfaire toutes les clauses, il faut satisfaire la clause (unitaire) (x_P)

$$\cancel{(x_P)}, (\neg x_N), (\neg x_J \vee x_N), \cancel{(x_P \vee x_J)}$$

$$(\neg x_N), (\neg x_J \vee x_N)$$

Affectation partielle : $x_P = 1$

Propagation unitaire

$$(x_P), (\neg x_N), (\neg x_J \vee x_N), (x_P \vee x_J)$$

Si on veut satisfaire toutes les clauses, il faut satisfaire la clause (unitaire) (x_P)

$$\cancel{(x_P)}, (\neg x_N), (\neg x_J \vee x_N), \cancel{(x_P \vee x_J)}$$

$$(\neg x_N), (\neg x_J \vee x_N)$$

Si on veut satisfaire toutes les clauses, il faut satisfaire la clause (unitaire) $(\neg x_N)$

Affectation partielle : $x_P = 1$

Propagation unitaire

$$(x_P), (\neg x_N), (\neg x_J \vee x_N), (x_P \vee x_J)$$

Si on veut satisfaire toutes les clauses, il faut satisfaire la clause (unitaire) (x_P)

$$\cancel{(x_P)}, (\neg x_N), (\neg x_J \vee x_N), \cancel{(x_P \vee x_J)}$$

$$(\neg x_N), (\neg x_J \vee x_N)$$

Si on veut satisfaire toutes les clauses, il faut satisfaire la clause (unitaire) $(\neg x_N)$

$$(\neg x_N), (\neg x_J \vee x_N)$$

Affectation partielle : $x_P = 1 \quad x_N = 0$

Propagation unitaire

$$(x_P), (\neg x_N), (\neg x_J \lor x_N), (x_P \lor x_J)$$

Si on veut satisfaire toutes les clauses, il faut satisfaire la clause (unitaire) (x_P)

$$\cancel{(x_P)}, (\neg x_N), (\neg x_J \lor x_N), \cancel{(x_P \lor x_J)}$$

$$(\neg x_N), (\neg x_J \lor x_N)$$

Si on veut satisfaire toutes les clauses, il faut satisfaire la clause (unitaire) $(\neg x_N)$

$$\cancel{(\neg x_N)}, (\neg x_J \lor \cancel{x_N})$$

$$(\neg x_J)$$

Affectation partielle : $x_P = 1 \quad x_N = 0$

Propagation unitaire

$$(x_P), (\neg x_N), (\neg x_J \vee x_N), (x_P \vee x_J)$$

Si on veut satisfaire toutes les clauses, il faut satisfaire la clause (unitaire) (x_P)

$$\cancel{(x_P)}, (\neg x_N), (\neg x_J \vee x_N), \cancel{(x_P \vee x_J)}$$

$$(\neg x_N), (\neg x_J \vee x_N)$$

Si on veut satisfaire toutes les clauses, il faut satisfaire la clause (unitaire) $(\neg x_N)$

$$\cancel{(\neg x_N)}, (\neg x_J \vee \cancel{x_N})$$

$$(\neg x_J)$$

Si on veut satisfaire toutes les clauses, il faut satisfaire la clause (unitaire) $(\neg x_J)$

Affectation partielle : $x_P = 1 \quad x_N = 0$

Propagation unitaire

$(x_P), (\neg x_N), (\neg x_J \vee x_N), (x_P \vee x_J)$

Si on veut satisfaire toutes les clauses, il faut satisfaire la clause (unitaire) (x_P)

$\cancel{(x_P)}, (\neg x_N), (\neg x_J \vee x_N), \cancel{(x_P \vee x_J)}$

$(\neg x_N), (\neg x_J \vee x_N)$

Si on veut satisfaire toutes les clauses, il faut satisfaire la clause (unitaire) $(\neg x_N)$

$\cancel{(\neg x_N)}, (\neg x_J \vee \cancel{x_N})$

$(\neg x_J)$

Si on veut satisfaire toutes les clauses, il faut satisfaire la clause (unitaire) $(\neg x_J)$

$(\neg x_J)$

Affectation partielle : $x_P = 1 \quad x_N = 0 \quad x_J = 0$

Propagation unitaire

$$(x_P),\ (\neg x_N),\ (\neg x_J \vee x_N),\ (x_P \vee x_J)$$

Si on veut satisfaire toutes les clauses, il faut satisfaire la clause (unitaire) (x_P)

$$\cancel{(x_P)},\ (\neg x_N),\ (\neg x_J \vee x_N),\ \cancel{(x_P \vee x_J)}$$

$$(\neg x_N),\ (\neg x_J \vee x_N)$$

Si on veut satisfaire toutes les clauses, il faut satisfaire la clause (unitaire) $(\neg x_N)$

$$\cancel{(\neg x_N)},\ (\neg x_J \vee \cancel{x_N})$$

$$(\neg x_J)$$

Si on veut satisfaire toutes les clauses, il faut satisfaire la clause (unitaire) $(\neg x_J)$

$$\cancel{(\neg x_J)}$$

C'est fini ! Toutes les clauses sont satisfaites

Affectation partielle : $x_P = 1 \quad x_N = 0 \quad x_J = 0$

Propagation unitaire

- Une **clause unitaire** est une clause (u) qui ne contient qu'un seul littéral ; u = x ou u = ¬x
- ( ) note **la clause vide**
- Une clause et satisfaite ssi au moins un littéral est vrai, donc ( ) est toujours **fausse**
- Une formule est satisfaite ssi toutes ses clauses sont satisfaites, donc la formule vide, { }, est toujours **vraie**

PU

- ***Entrée*** : un ensemble F de clauses
- ***Sortie*** : un ensemble F' de clauses ;
  F' étant satisfaisable ssi F est satisfaisable

$F' \longleftarrow F$

While F' contient une clause unitaire (u)

  supprimer toutes ***occurrences*** de $\neg u$ de F'

  supprimer toutes ***clauses*** qui contiennent u de F'

Return F'

Exemple PU

Effectuer la propagation unitaire dans l'ensemble de clauses suivant

$$(x1), (x1 \lor x2 \lor \neg x3), (\neg x1 \lor x3 \lor x4), (\neg x1 \lor \neg x2),$$
$$(\neg x1 \lor \neg x2 \lor x3), (x3 \lor \neg x4 \lor x5), (\neg x1 \lor x2 \lor x4)$$

On supprime une occurrence de $\neg u$ avec $(\cancel{\neg u} \ldots)$

On supprime une clause qui contient u avec ~~(u)~~

Clause unitaire :

Affectation :

Exemple PU

Effectuer la propagation unitaire dans l'ensemble de clauses suivant

(x1), (x1 ∨ x2 ∨ ¬x3), (¬x1 ∨ x3 ∨ x4), (¬x1 ∨ ¬x2),
(¬x1 ∨ ¬x2 ∨ x3), (x3 ∨ ¬x4 ∨ x5), (¬x1 ∨ x2 ∨ x4)

On supprime une occurrence de ¬u avec ($\cancel{\neg u}$ …)

On supprime une clause qui contient u avec ~~(u)~~

Clause unitaire : (x1)

Affectation :

Exemple PU

Effectuer la propagation unitaire dans l'ensemble de clauses suivant

(x1), (x1 v x2 v ¬x3), (¬x1 v x3 v x4), (¬x1 v ¬x2),
(¬x1 v ¬x2 v x3), (x3 v ¬x4 v x5), (¬x1 v x2 v x4)

On supprime une occurrence de ¬u avec (~~¬u~~ …)

On supprime une clause qui contient u avec ~~(u)~~

Clause unitaire : (x1)

Affectation : x1 = 1

Exemple PU

Effectuer la propagation unitaire dans l'ensemble de clauses suivant

$\cancel{(x1)}$, $\cancel{(x1 \vee x2 \vee \neg x3)}$, $(\cancel{\neg x1} \vee x3 \vee x4)$, $(\cancel{\neg x1} \vee \neg x2)$,
$(\cancel{\neg x1} \vee \neg x2 \vee x3)$, $(x3 \vee \neg x4 \vee x5)$, $(\cancel{\neg x1} \vee x2 \vee x4)$

On supprime une occurrence de $\neg u$ avec $(\cancel{\neg u} \dots)$

On supprime une clause qui contient u avec $\cancel{(\quad u \quad)}$

Clause unitaire : $(x1)$

Affectation : $x1 = 1$

Exemple PU

Effectuer la propagation unitaire dans l'ensemble de clauses suivant

~~(x1)~~, ~~(x1 v x2 v ¬x3)~~, (~~¬x1~~ v x3 v x4), (~~¬x1~~ v ¬x2),
(~~¬x1~~ v ¬x2 v x3), (x3 v ¬x4 v x5), (~~¬x1~~ v x2 v x4)

On supprime une occurrence de ¬u avec (~~¬u~~ …)

On supprime une clause qui contient u avec ~~(u)~~

Clause unitaire : (x1) (¬x2)

Affectation : x1 = 1

Exemple PU

Effectuer la propagation unitaire dans l'ensemble de clauses suivant

~~(x1)~~, ~~(x1 v x2 v ¬x3)~~, (~~¬x1~~ v x3 v x4), (~~¬x1~~ v ¬x2),
(~~¬x1~~ v ¬x2 v x3), (x3 v ¬x4 v x5), (~~¬x1~~ v x2 v x4)

On supprime une occurrence de ¬u avec (~~¬u~~ …)

On supprime une clause qui contient u avec ~~(u)~~

Clause unitaire : (x1) (¬x2)

Affectation : x1 = 1 x2 = 0

Exemple PU

Effectuer la propagation unitaire dans l'ensemble de clauses suivant

$\cancel{(x1)}$, $\cancel{(x1 \vee x2 \vee \neg x3)}$, $(\cancel{\neg x1} \vee x3 \vee x4)$, $\cancel{(\cancel{\neg x1} \vee \neg x2)}$,
$\cancel{(\cancel{\neg x1} \vee \neg x2 \vee x3)}$, $(x3 \vee \neg x4 \vee x5)$, $(\cancel{\neg x1} \vee \cancel{x2} \vee x4)$

On supprime une occurrence de $\neg u$ avec $(\cancel{\neg u} \ldots)$

On supprime une clause qui contient u avec $\cancel{(\quad u \quad)}$

Clause unitaire : $(x1)$ $(\neg x2)$

Affectation : $x1 = 1$ $x2 = 0$

Exemple PU

Effectuer la propagation unitaire dans l'ensemble de clauses suivant

~~$(x1)$~~, ~~$(x1 \vee x2 \vee \neg x3)$~~, $(\cancel{\neg x1} \vee x3 \vee x4)$, ~~$(\neg x1 \vee \neg x2)$~~,
~~$(\neg x1 \vee \neg x2 \vee x3)$~~, $(x3 \vee \neg x4 \vee x5)$, $(\cancel{\neg x1} \vee \cancel{x2} \vee x4)$

On supprime une occurrence de $\neg u$ avec $(\ \cancel{\neg u}\ \ldots\ )$

On supprime une clause qui contient u avec ~~$(\quad u \quad)$~~

Clause unitaire : $(x1)$ $\quad (\neg x2)$ $\quad (x4)$

Affectation : $x1 = 1$ $\quad x2 = 0$

Exemple PU

Effectuer la propagation unitaire dans l'ensemble de clauses suivant

$\cancel{(x1)}$, $\cancel{(x1 \vee x2 \vee \neg x3)}$, $(\cancel{\neg x1} \vee x3 \vee x4)$, $\cancel{(\neg x1 \vee \neg x2)}$,
$\cancel{(\neg x1 \vee \neg x2 \vee x3)}$, $(x3 \vee \neg x4 \vee x5)$, $(\cancel{\neg x1} \vee \cancel{x2} \vee x4)$

On supprime une occurrence de $\neg u$ avec $(\cancel{\neg u} \ldots)$

On supprime une clause qui contient u avec $\cancel{(\quad u \quad)}$

Clause unitaire : $(x1)$ $(\neg x2)$ $(x4)$

Affectation : $x1 = 1$ $x2 = 0$ $x4 = 1$

Exemple PU

Effectuer la propagation unitaire dans l'ensemble de clauses suivant

~~(x1)~~, ~~(x1 v x2 v ¬x3)~~, ~~(~~¬~~x1 v x3 v x4)~~, ~~(~~¬~~x1 v ¬x2)~~,
~~(~~¬~~x1 v ¬x2 v x3)~~, (x3 v ~~¬~~x4 v x5), ~~(~~¬~~x1 v~~ ~~¬~~x2 v ~~x4)~~

On supprime une occurrence de ¬u avec (~~¬~~u …)

On supprime une clause qui contient u avec ~~(u)~~

Clause unitaire :	(x1)	(¬x2)	(x4)
Affectation :	x1 = 1	x2 = 0	x4 = 1

Exemple PU

Effectuer la propagation unitaire dans l'ensemble de clauses suivant

~~$(x1)$~~, ~~$(x1 \vee x2 \vee \neg x3)$~~, ~~$(\neg \cancel{x1} \vee x3 \vee x4)$~~, ~~$(\neg \cancel{x1} \vee \neg x2)$~~,
~~$(\neg \cancel{x1} \vee \neg x2 \vee x3)$~~, $(x3 \vee \neg \cancel{x4} \vee x5)$, ~~$(\neg \cancel{x1} \vee \cancel{x2} \vee x4)$~~

On supprime une occurrence de $\neg u$ avec $(\cancel{\neg} u \ldots)$

On supprime une clause qui contient u avec ~~(u)~~

Clause unitaire : $(x1)$ $(\neg x2)$ $(x4)$

Affectation : $x1 = 1$ $x2 = 0$ $x4 = 1$

Clauses restantes : $(x3 \vee x5)$

Exemple PU

Effectuer la propagation unitaire dans l'ensemble de clauses suivant

$$(x1), (\neg x1 \vee x2), (\neg x1 \vee x3 \vee x4), (\neg x1 \vee \neg x2)$$

On supprime une occurrence de ¬u avec ($\cancel{x}$ …)

On supprime une clause qui contient u avec ~~( )~~

Clause unitaire :

Affectation :

Exemple PU

Effectuer la propagation unitaire dans l'ensemble de clauses suivant

$$(x1), (\neg x1 \lor x2), (\neg x1 \lor x3 \lor x4), (\neg x1 \lor \neg x2)$$

On supprime une occurrence de $\neg u$ avec $(\cancel{x} \ldots)$

On supprime une clause qui contient u avec ~~(   )~~

Clause unitaire : $(x1)$

Affectation :

Exemple PU

Effectuer la propagation unitaire dans l'ensemble de clauses suivant

$$(x1), (\neg x1 \lor x2), (\neg x1 \lor x3 \lor x4), (\neg x1 \lor \neg x2)$$

On supprime une occurrence de $\neg u$ avec $(\cancel{x} \dots)$

On supprime une clause qui contient u avec ~~(   )~~

Clause unitaire : $(x1)$

Affectation : $x1 = 1$

Exemple PU

Effectuer la propagation unitaire dans l'ensemble de clauses suivant

$$\cancel{(x1)}, (\neg \cancel{x1} \vee x2), (\neg \cancel{x1} \vee x3 \vee x4), (\neg \cancel{x1} \vee \neg x2)$$

On supprime une occurrence de ¬u avec $(\cancel{x} \ldots)$

On supprime une clause qui contient u avec $\cancel{(\qquad)}$

Clause unitaire : $(x1)$

Affectation : $x1 = 1$

Exemple PU

Effectuer la propagation unitaire dans l'ensemble de clauses suivant

$$\cancel{(x1)},\ (\cancel{\neg x1} \vee x2),\ (\cancel{\neg x1} \vee x3 \vee x4),\ (\cancel{\neg x1} \vee \neg x2)$$

On supprime une occurrence de ¬u avec $(\ \cancel{x}\ \dots\ )$

On supprime une clause qui contient u avec $\cancel{(\qquad\qquad)}$

Clause unitaire : $(x1)$ $(x2)$

Affectation : $x1 = 1$

Exemple PU

Effectuer la propagation unitaire dans l'ensemble de clauses suivant

$\cancel{(x1)}$, $(\neg\cancel{x1} \vee x2)$, $(\neg\cancel{x1} \vee x3 \vee x4)$, $(\neg\cancel{x1} \vee \neg x2)$

On supprime une occurrence de $\neg u$ avec $(\cancel{x} \ldots)$

On supprime une clause qui contient u avec $\cancel{(\quad\quad)}$

Clause unitaire : (x1) (x2)

Affectation : x1 = 1 x2 = 1

Exemple PU

Effectuer la propagation unitaire dans l'ensemble de clauses suivant

$$\cancel{(x1)}, \cancel{(\neg x1 \vee x2)}, (\neg \cancel{x1} \vee x3 \vee x4), (\neg \cancel{x1} \vee \neg \cancel{x2})$$

On supprime une occurrence de ¬u avec ($\cancel{x}$ …)

On supprime une clause qui contient u avec $\cancel{(\qquad)}$

Clause unitaire : (x1) (x2)

Affectation : $x1 = 1$ $x2 = 1$

Exemple PU

Effectuer la propagation unitaire dans l'ensemble de clauses suivant

$$\cancel{(x1)},\ \cancel{(\cancel{\neg x1} \vee x2)},\ (\cancel{\neg x1} \vee x3 \vee x4),\ (\cancel{\neg x1} \vee \cancel{\neg x2})$$

On supprime une occurrence de $\neg u$ avec $(\cancel{x} \ldots)$

On supprime une clause qui contient u avec $\cancel{(\qquad)}$

Clause unitaire : $(x1)$ $(x2)$

Affectation : $x1 = 1$ $x2 = 1$

Clauses restantes : $(x3 \vee x4), (\ )$

Exemple PU

Effectuer la propagation unitaire dans l'ensemble de clauses suivant

$$\sout{(x1)},\ \sout{(\cancel{\neg x1} \vee x2)},\ (\cancel{\neg x1} \vee x3 \vee x4),\ (\cancel{\neg x1} \vee \cancel{\neg x2})$$

On supprime une occurrence de $\neg u$ avec $(\ \cancel{x}\ \dots\ )$

On supprime une clause qui contient u avec $\sout{(\qquad\qquad)}$

Clause unitaire : $(x1)$ $(x2)$

Affectation : $x1 = 1$ $x2 = 1$

Clause vide, donc l'ensemble n'est pas satisfaisable !

Clauses restantes : $(x3 \vee x4),\ (\ )$

A retenir

- Il peut y avoir un choix entre deux clauses unitaires différentes. Dans ce cas, l'ordre de choix n'a pas d'importance : le résultat sera le même.
- La PU n'affecte pas toujours toutes les variables.
- Si la PU rend une clause vide, alors l'ensemble de clauses restantes n'est pas satisfaisable, donc l'ensemble de clauses d'origine n'était pas satisfaisable non plus.
- Donc, la PU peut :
  - trouver une affectation satisfaisante
  - trouver une affectation partielle
  - assurer que l'ensemble de clauses n'est pas satisfaisable

DPLL

- ***Entrée*** : un ensemble F de clauses
- ***Sortie*** : “SAT” ou “UNSAT”

$F \longleftarrow$ **PU**(F)

If F contient la clause vide, **then**

  Return “UNSAT”

If F est vide, **then**

  Return “SAT”

$x \longleftarrow$ une variable non-affectée

If **DPLL**($F \cup \{(x)\}$) == “SAT”, **then**

  Return “SAT”

Else

  Return **DPLL**($F \cup \{(\neg x)\}$)

Exemple DPLL

Résoudre la formule suivante par l'algorithme DPLL

$F = \{(x1 \lor \neg x2 \lor \neg x3), (\neg x1 \lor \neg x2 \lor \neg x3), (\neg x1 \lor x2 \lor \neg x3), (x1 \lor x3)\}$

Exemple DPLL

Résoudre la formule suivante par l'algorithme DPLL

$F = \{(x1 \vee \neg x2 \vee \neg x3), (\neg x1 \vee \neg x2 \vee \neg x3), (\neg x1 \vee x2 \vee \neg x3), (x1 \vee x3)\}$

- **Pile : vide**

  $F_1 \longleftarrow PU(F)$ ne modifie rien

  Choix de variable : x1

- **Pile : x1 = 1**

  $F_2 \longleftarrow PU(F_1 \cup \{(x1)\}) = \{\cancel{(x1 \vee \neg x2 \vee \neg x3)}, (\neg \cancel{x1} \vee \neg x2 \vee \neg x3),$
  $(\neg \cancel{x1} \vee x2 \vee \neg x3), \cancel{(x1 \vee x3)}, \cancel{(x1)}\}$

  Choix de variable : x2

- **Pile : x1 = 1, x2 = 1**

  $F_3 \longleftarrow PU(F_2 \cup \{(x2)\}) = \{\cancel{(\neg \cancel{x2} \vee \neg x3)}, \cancel{(x2 \vee \neg x3)}, \cancel{(x2)}\}$

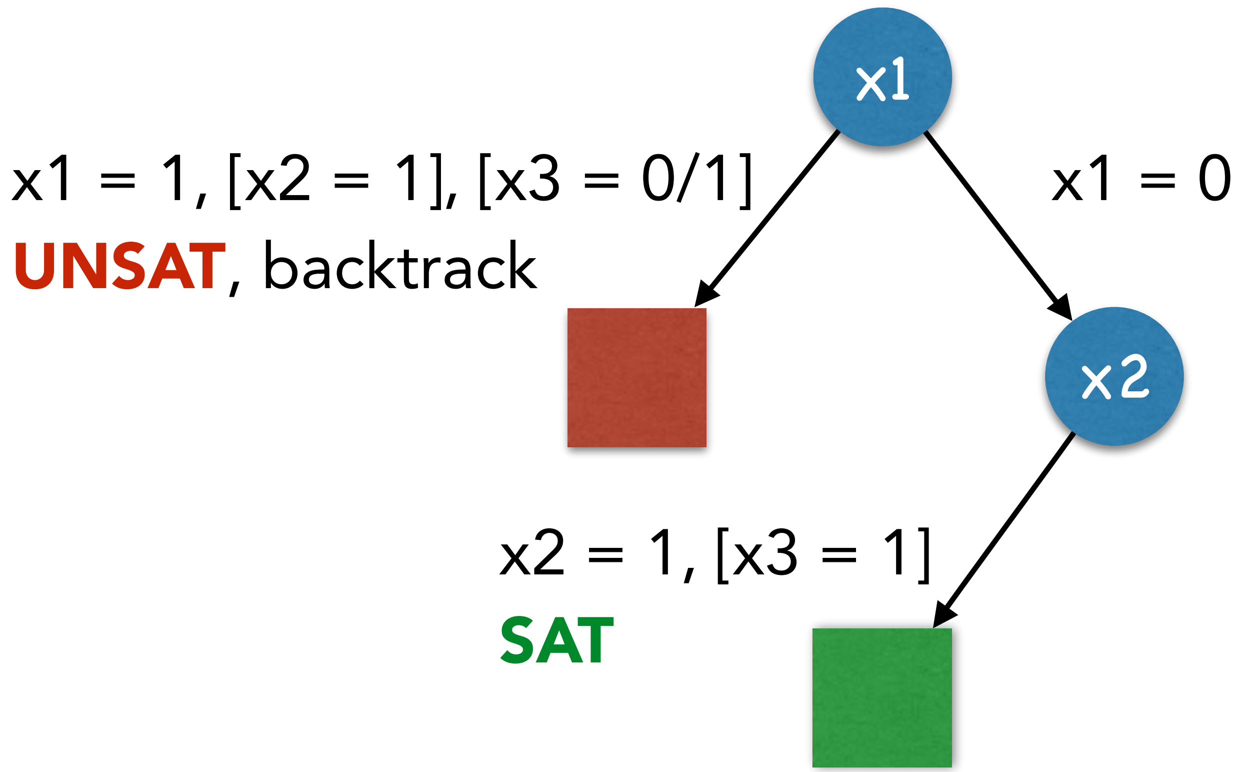
  PU affecte : x3 = 0

  $F_3 = \{\ \}$, donc la formule est satisfaite par : x1 = 1, x2 = 1, x3 = 0

Exemple DPLL (arbre)

Résoudre la formule suivante par l'algorithme DPLL

$$F = \{ (\neg x1 \vee x2), (\neg x1 \vee \neg x2 \vee \neg x3), (\neg x2 \vee x3) \}$$



A retenir

- Différentes règles de choix de variable possibles
  - Nous utilisons l'ordre lexicographique : `x1, …, xn` et essayons d'abord l'affectation à 1, puis à 0
- Sur la pile, on indique les affectations faites par la PU entre crochets :
  - **Pile : x1 = 1, [x2 = 1], x3 = 1**
- Si on trouve une clause vide dans F, on "backtrack":
  - on "renvoie" UNSAT ;
  - on dépile jusqu'à une affectation `x = 1` (faite par un choix de variable, non par la PU) et on la remplace par `x = 0` ;
  - si on vide la pile, c'est terminé

Améliorations à DPLL

- Les solveurs d'aujourd'hui sont basés sur le DPLL mais sont beaucoup plus élaborés
- Structures de données qui permettent un backtrack rapid
- Conflict-Driven Clause Learning (CDCL) ``apprentissage de clauses guidé par des conflits''
  - quand l'algorithme DPLL trouve un conflit, il cherche **une raison concise** (exprimée en clauses) et l'utilise pour plus rapidement détecter un conflit similaire **dans le futur** !
- Back jumping (non-chronological backtracking)
- Redémarrage fréquent pour éviter de se retrouver coincé
  - **garder les clauses apprises pour le démarrage**

CDCL et back jumping

(¬x1 v ¬x7)
(x7 v x11)
(x2 v x10)
(¬x6 v ¬x1 v x8)
(¬x6 v x7 v ¬x8)
(x6 v x7 v ¬x9)
(x6 v x9 v ¬x11)

CDCL et back jumping

$\sout{(\neg \cancel{x1} \vee \neg x7)}$

$\sout{(\cancel{x7} \vee x11)}$

$(x2 \vee x10)$

$(\neg x6 \vee \neg \cancel{x1} \vee x8)$

$(\neg x6 \vee \cancel{x7} \vee \neg x8)$

$(x6 \vee \cancel{x7} \vee \neg x9)$

$(x6 \vee x9 \vee \neg \cancel{x11})$

x1 = 1, [x7 = 0], [x11 = 1]

CDCL et back jumping

$\cancel{(\neg \cancel{x1} \vee \neg x7)}$

$\cancel{(\cancel{x7} \vee x11)}$

$(x2 \vee x10)$

$(\neg x6 \vee \cancel{\neg x1} \vee x8)$

$(\neg x6 \vee \cancel{x7} \vee \neg x8)$

$(x6 \vee \cancel{x7} \vee \neg x9)$

$(x6 \vee x9 \vee \cancel{\neg x11})$

x1 = 1, [x7 = 0], [x11 = 1]

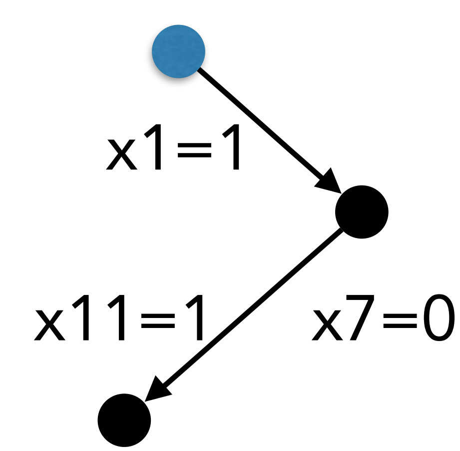
Graphe de conflit

CDCL et back jumping

~~(¬x1 v ¬x7)~~
~~(x7 v x11)~~
(x2 v x10)
(¬x6 v ¬~~x1~~ v x8)
(¬x6 v ~~x7~~ v ¬x8)
(x6 v ~~x7~~ v ¬x9)
(x6 v x9 v ¬~~x11~~)

x1 = 1, [x7 = 0], [x11 = 1]

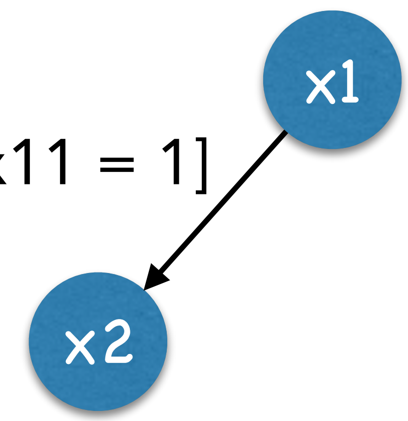
Graphe de conflit



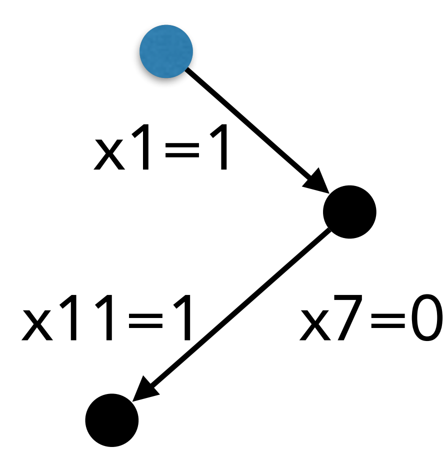
CDCL et back jumping

~~(¬x1 v ¬x7)~~
~~(x7 v x11)~~
(x2 v x10)
(¬x6 v ~~¬x1~~ v x8)
(¬x6 v ~~x7~~ v ¬x8)
(x6 v ~~x7~~ v ¬x9)
(x6 v x9 v ~~¬x11~~)

x1 = 1, [x7 = 0], [x11 = 1]



Graphe de conflit



CDCL et back jumping

~~(¬$\cancel{x1}$ ∨ ¬x7)~~

~~($\cancel{x7}$ ∨ x11)~~

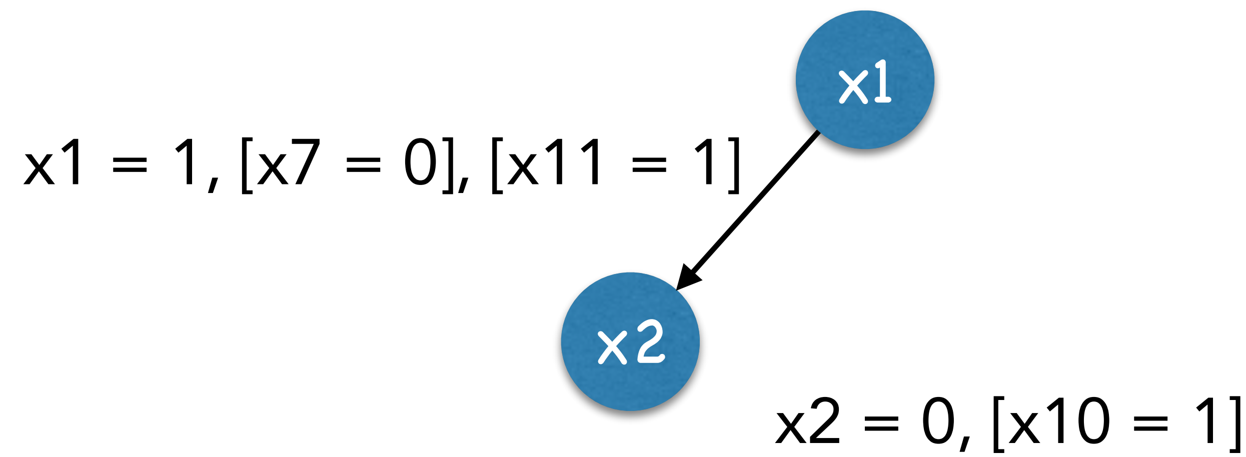
~~($\cancel{x2}$ ∨ x10)~~

(¬x6 ∨ $\cancel{¬x1}$ ∨ x8)

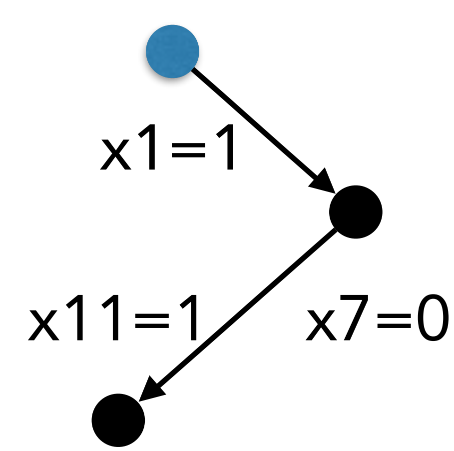
(¬x6 ∨ $\cancel{x7}$ ∨ ¬x8)

(x6 ∨ $\cancel{x7}$ ∨ ¬x9)

(x6 ∨ x9 ∨ $\cancel{¬x11}$)



Graphe de conflit



CDCL et back jumping

$\cancel{(\neg \cancel{x1} \vee \neg x7)}$

$\cancel{(\cancel{x7} \vee x11)}$

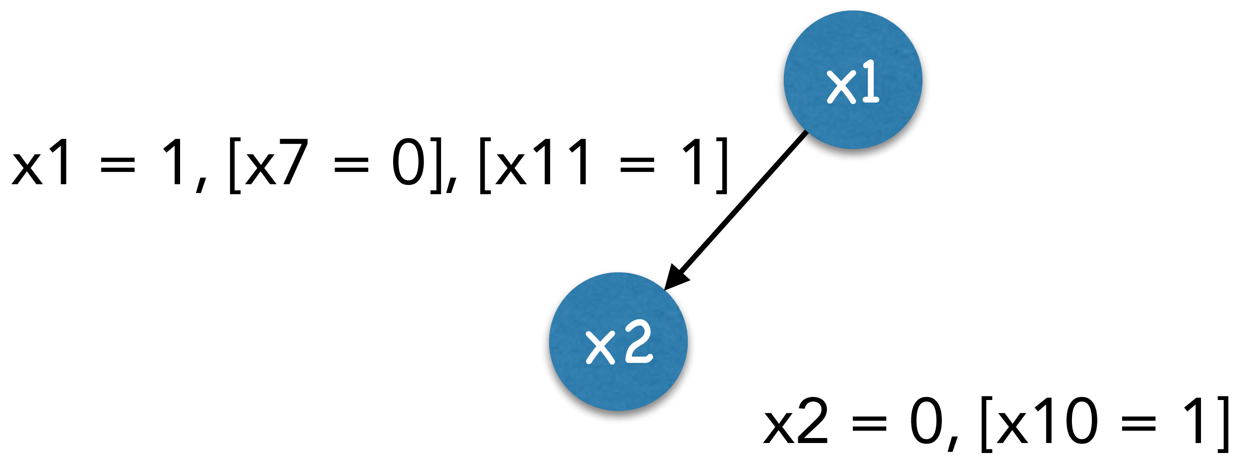
$\cancel{(\cancel{x2} \vee x10)}$

$(\neg x6 \vee \neg \cancel{x1} \vee x8)$

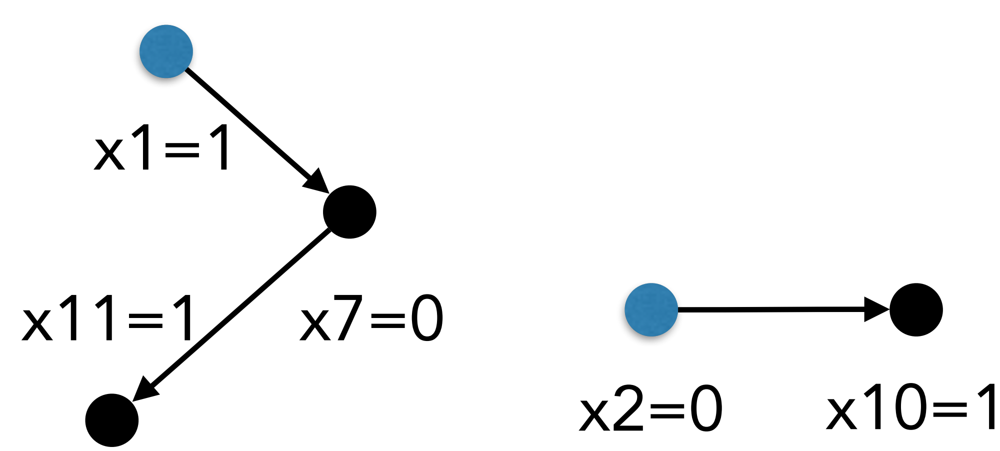
$(\neg x6 \vee \cancel{x7} \vee \neg x8)$

$(x6 \vee \cancel{x7} \vee \neg x9)$

$(x6 \vee x9 \vee \neg \cancel{x11})$

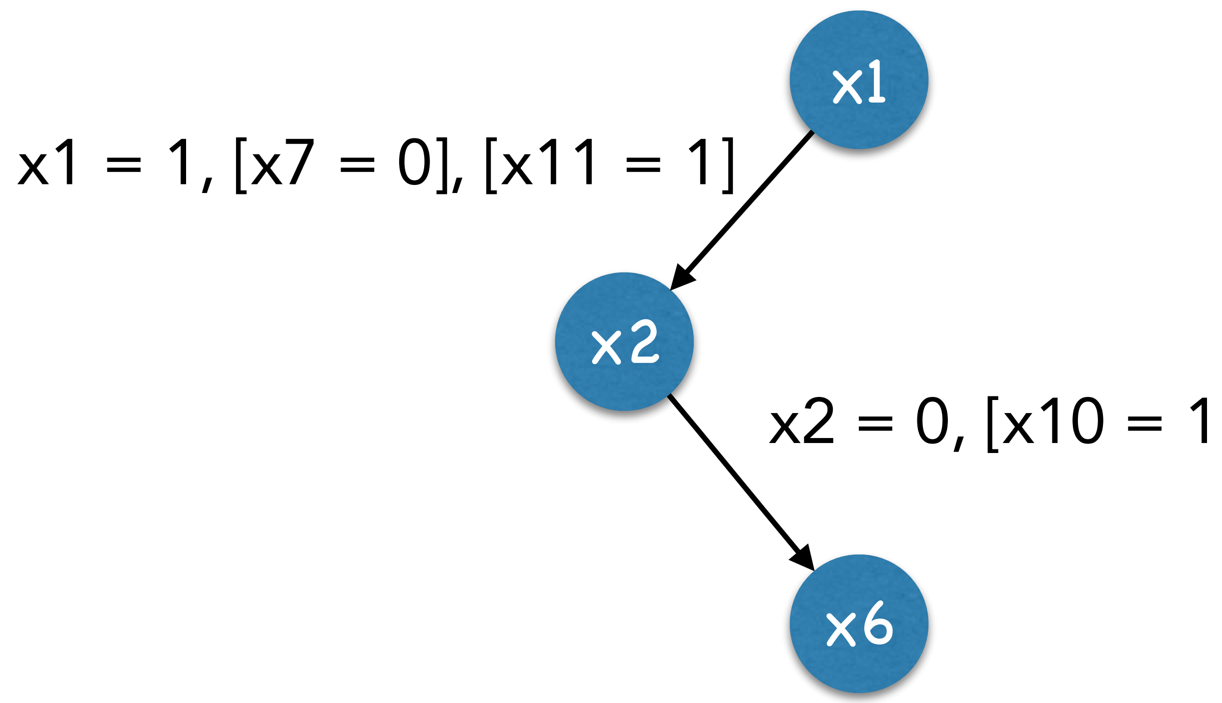


Graphe de conflit

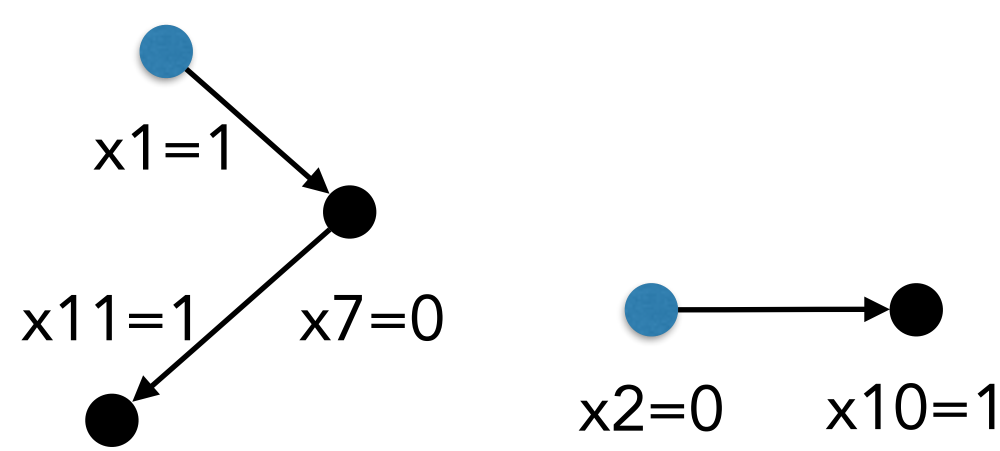


CDCL et back jumping

~~(¬x1 ∨ ¬x7)~~
~~(x7 ∨ x11)~~
~~(x2 ∨ x10)~~
(¬x6 ∨ ~~¬x1~~ ∨ x8)
(¬x6 ∨ ~~x7~~ ∨ ¬x8)
(x6 ∨ ~~x7~~ ∨ ¬x9)
(x6 ∨ x9 ∨ ~~¬x11~~)



Graphe de conflit



CDCL et back jumping

~~(¬~~x1~~ v ¬x7)~~

~~(~~x7~~ v x11)~~

~~(~~x2~~ v x10)~~

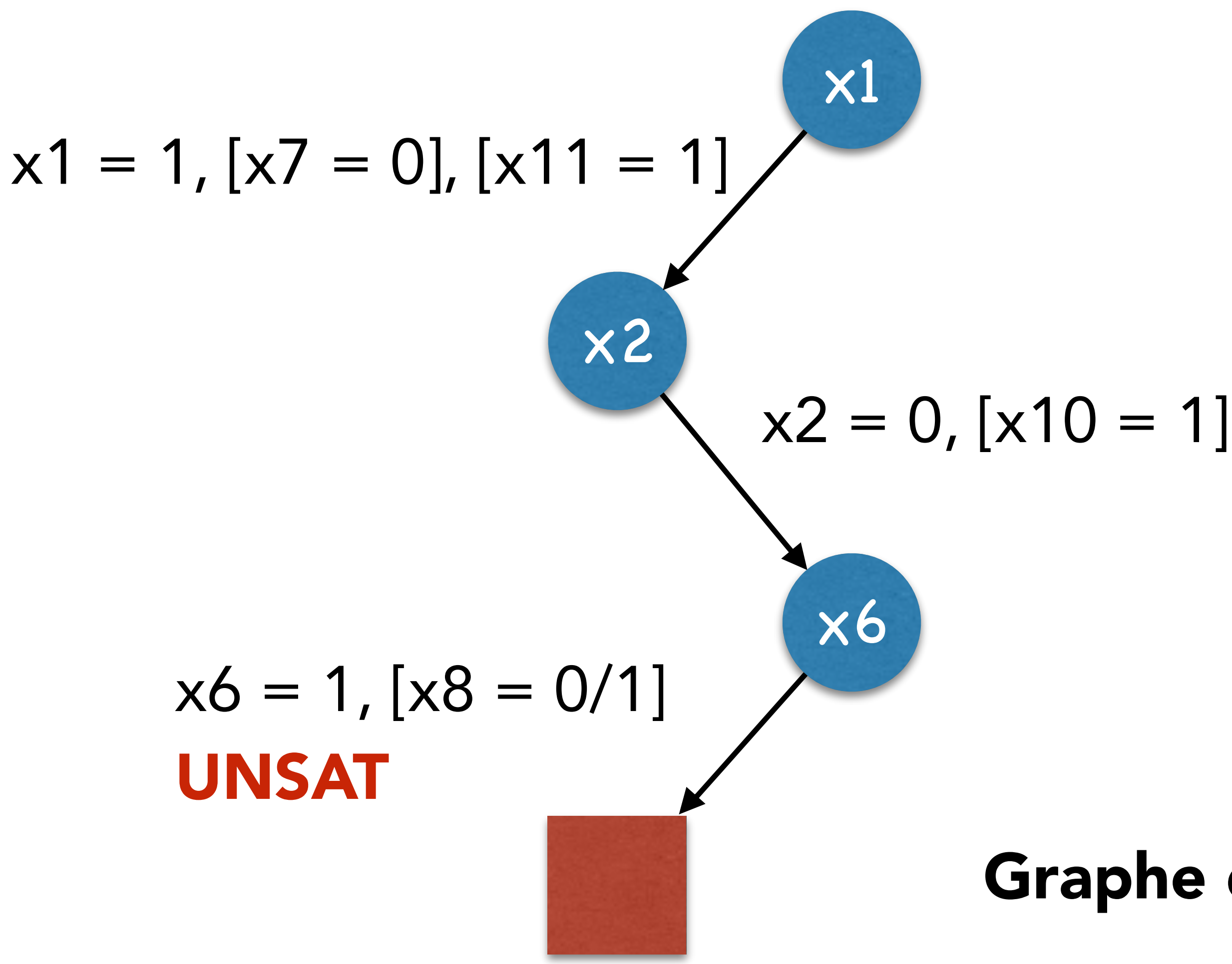
(¬~~x6~~ v ¬~~x1~~ v x8)

(¬~~x6~~ v ~~x7~~ v ¬x8)

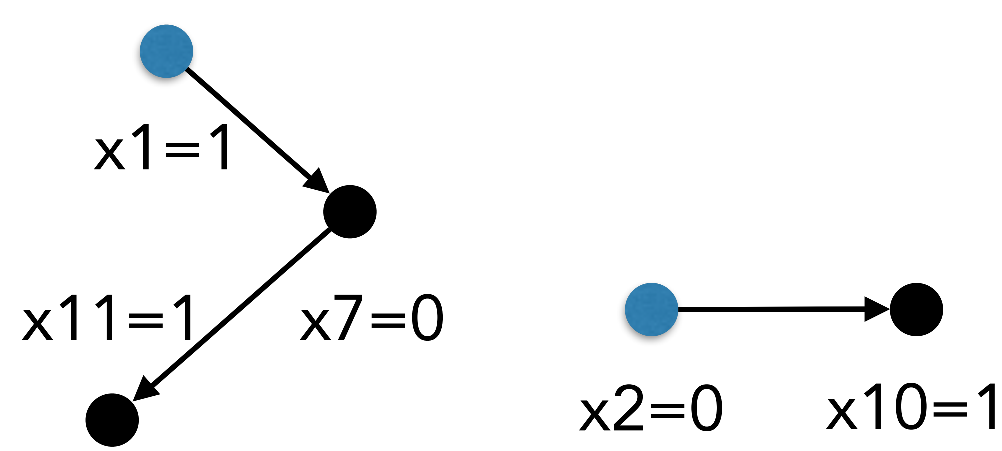
~~(x6 v ~~x7~~ v ¬x9)~~

~~(x6 v x9 v ¬~~x11~~)~~

conflit !



Graphe de conflit



CDCL et back jumping

~~(¬x1 ∨ ¬x7)~~

~~(x7 ∨ x11)~~

~~(x2 ∨ x10)~~

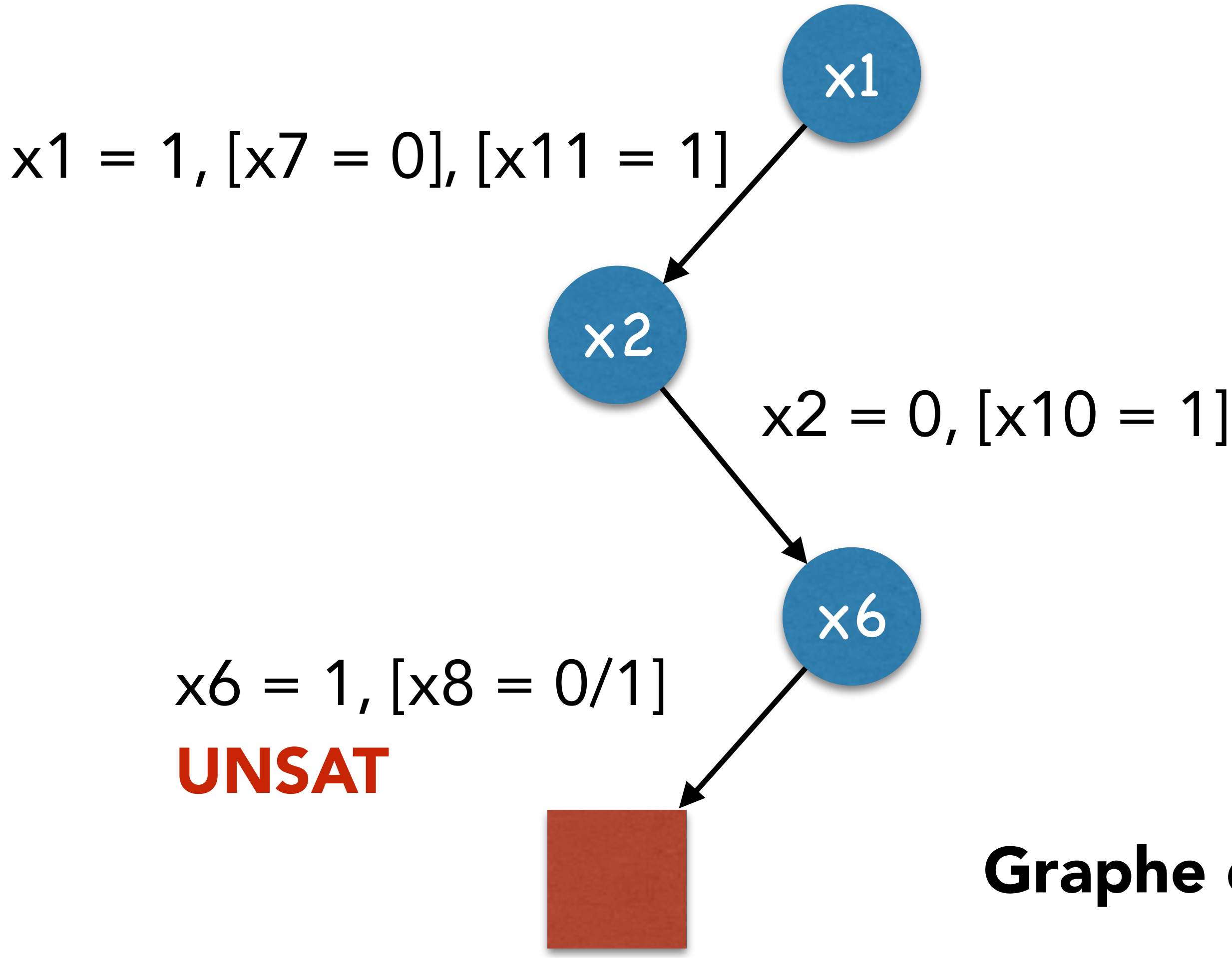
$(\neg \cancel{x6} \vee \neg \cancel{x1} \vee x8)$

$(\neg \cancel{x6} \vee \cancel{x7} \vee \neg x8)$

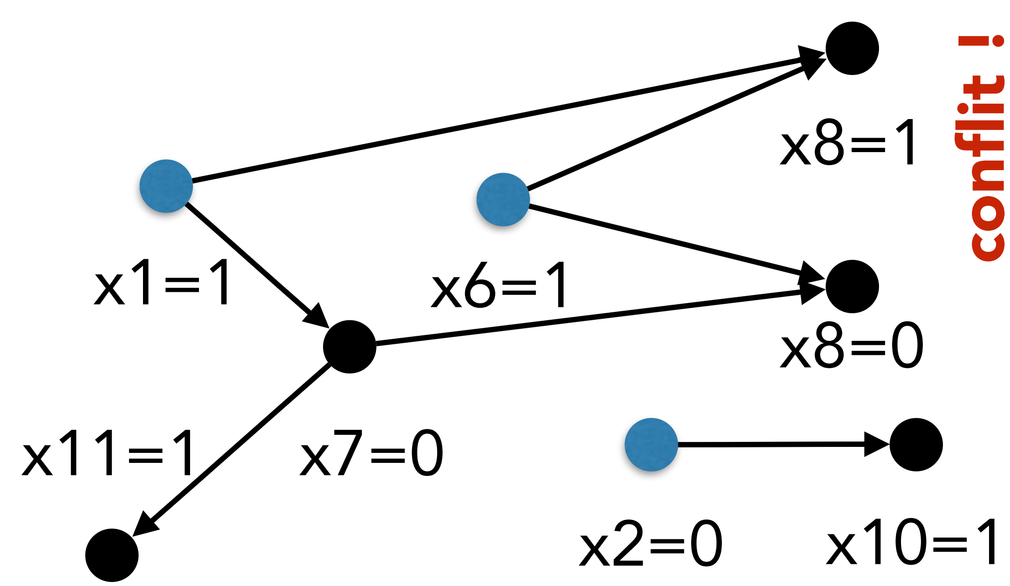
~~(x6 ∨ x7 ∨ ¬x9)~~

~~(x6 ∨ x9 ∨ ¬x11)~~

conflit !



Graphe de conflit



CDCL et back jumping

~~$(\neg \cancel{x1} \vee \neg x7)$~~

~~$(\cancel{x7} \vee x11)$~~

~~$(\cancel{x2} \vee x10)$~~

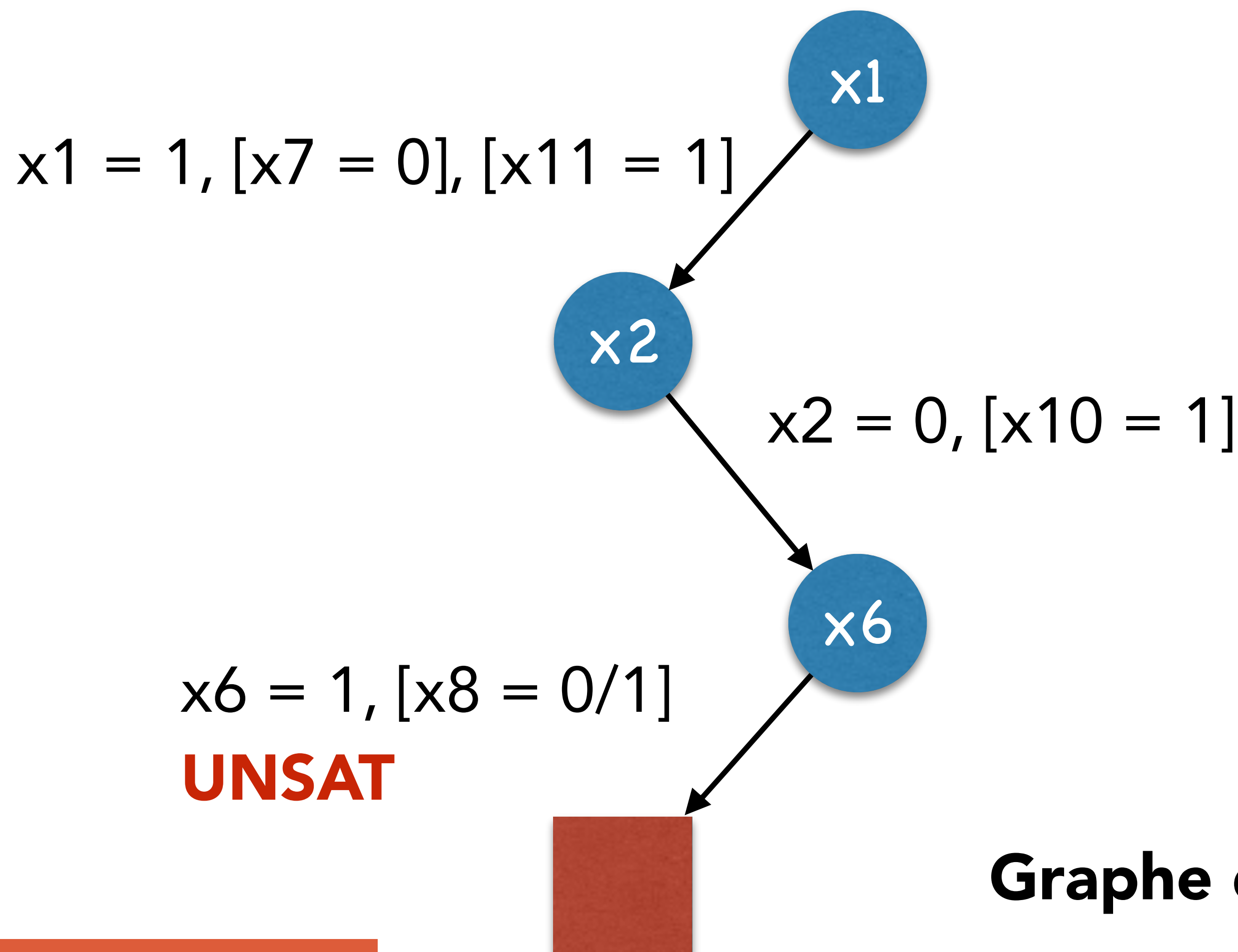
$(\neg \cancel{x6} \vee \neg \cancel{x1} \vee x8)$

$(\neg \cancel{x6} \vee \cancel{x7} \vee \neg x8)$

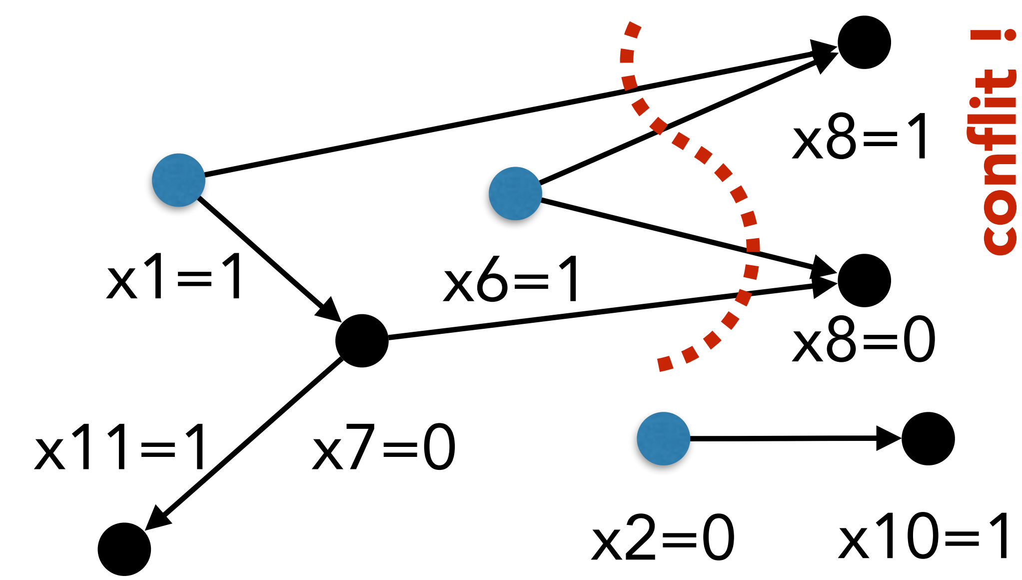
~~$(x6 \vee \cancel{x7} \vee \neg x9)$~~

~~$(x6 \vee x9 \vee \neg \cancel{x11})$~~

conflit !



Graphe de conflit



Une coupe du conflit implique une nouvelle clause :

$$\neg(x1 \wedge x6 \wedge \neg x7)$$
$$\Updownarrow$$
$$(\neg x1 \vee \neg x6 \vee x7)$$

CDCL et back jumping

~~(¬x1 ∨ ¬x7)~~

~~(x7 ∨ x11)~~

(x2 ∨ x10)

$(\neg x6 \lor \neg \cancel{x1} \lor x8)$

$(\neg x6 \lor \cancel{x7} \lor \neg x8)$

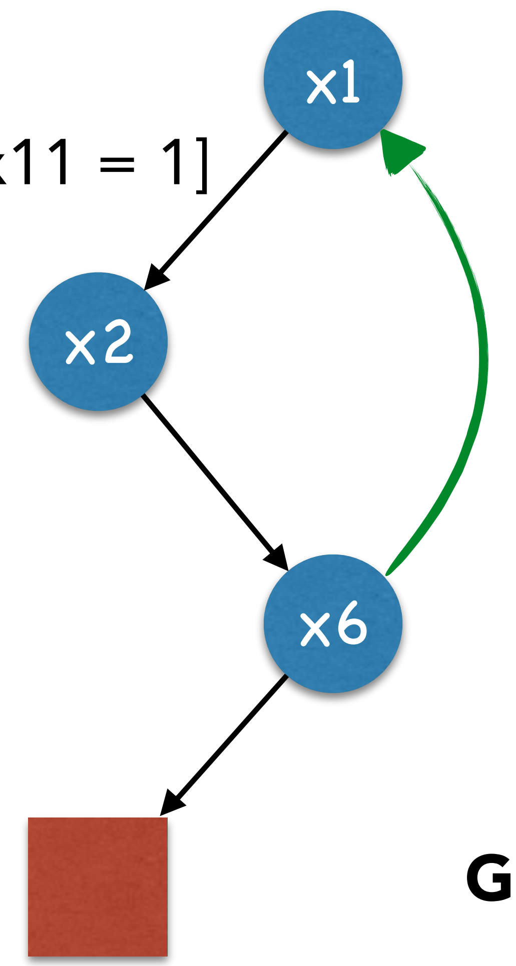
$(x6 \lor \cancel{x7} \lor \neg x9)$

$(x6 \lor x9 \lor \neg \cancel{x11})$

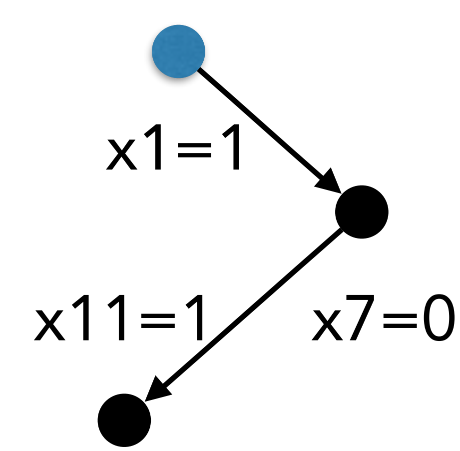
(¬x1 ∨ ¬x6 ∨ x7)

Ajouter la nouvelle clause et back jump à x1 avec l'implication x6=0

x1 = 1, [x7 = 0], [x11 = 1]



Graphe de conflit



Examen le 10 janvier

- 14h00-16h00 à Rabelais A4
- Sur les notions abordées aux cours, TD et TP
- 1 feuille recto-verso manuscrite autorisée
- Téléphone, calculatrice, machine interdits