

Méthodes et modélisation pour l'optimisation M1 informatique

Examen – jeudi 10 janvier 2019 14h00-16h00

Une feuille recto-verso manuscrite autorisée. Calculatrices, ordinateurs et téléphones portables interdits. Ce sujet comporte 5 questions. La notation prendra en compte le soin apporté à la rédaction.

Pour les questions de modélisation en SAT, vous avez droit d'utiliser les 'macros' `AtLeastOne/AtLeast- k` et `AtMostOne/AtMost- k` .




Question 1. La compagnie minière MINEMAX extrait 10 000 tonnes de minerai rouge et 8 000 tonnes de minerai noir par jour. Ceux-ci peuvent être affinés de manières différentes pour produire trois alliages : Souple, Dur et Fort. Pour produire une tonne d'alliage Souple, il faut 3 tonnes de minerai rouge et 2 tonnes de minerai noir. Pour l'alliage Dur, il faut 2 tonnes de minerai rouge et 3 tonnes de minerai noir tandis que pour l'alliage Fort, il faut 3 tonnes de minerai rouge et 3 tonnes de minerai noir. Une tonne d'alliage Souple, Dur et Fort se vend respectivement 300€, 350€ et 400€. On suppose que la compagnie peut vendre tout ce qu'elle produit.










- La compagnie veut répartir sa production des trois alliages pour maximiser ses revenus. Formuler ce problème comme un programme linéaire.
- Afin d'assumer une stratégie plus pérenne, la compagnie doit s'assurer que les revenus venant de la vente de chaque alliage représente au moins 10% des revenus totaux. Modifier votre programme pour prendre en compte cette contrainte.

Question 2. On considère le programme linéaire suivant :

$$\begin{array}{ll} \text{Maximiser} & 11x_1 + 6x_2 + 10x_3 \\ \text{sous les contraintes} & 2x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 15 \\ & 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 12 \\ & x_1 + x_3 \leq 3 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

- Donner une forme équationnelle en introduisant des variables d'écart.
- Appliquer l'algorithme du simplexe. En cas de choix, la variable du plus grand coefficient entre dans la base (la règle de Dantzig). On prendra soin d'indiquer à chaque étape la base visitée par l'algorithme et la valeur de la fonction objectif.

Question 3. Le roi Tirian () du royaume de Narnia doit affecter ses chevaliers () aux châteaux (). Étant un bon souverain, il veut respecter les vœux des chevaliers. En même temps, il a besoin d'affecter au moins un chevalier à chaque château. Les chevaliers, les châteaux et les vœux sont représentés dans le tableau suivant.

	 1	 2	 3	 4	 5
 1	✓			✓	
 2	✓	✓	✓		✓
 3		✓	✓	✓	✓
 4				✓	

Exemple : les vœux du chevalier 4 () sont les châteaux 1, 3 ou 4 (1, 3 ou 4).

▷ Aidez le roi à modéliser ce problème par une formule SAT.

Question 4. L'entreprise Chimico Volantis dispose de 3 usines (U1, U2, U3) pour la fabrication du pesticide Telone. Pour la fabrication, il y a besoin d'un composé chimique (propène) produit sur 4 sites (S1, S2, S3, S4). Le coût de la production de propène sur chaque site est de 5 €/kg pour les 100 premiers kg/semaine, 8 €/kg pour les 100 deuxièmes kg/semaine et 15 €/kg pour tout kg/semaine au-delà de 200. Le besoin de chaque usine est de 300 kg/semaine et les coûts de transport (entre chaque site de production de propène et chaque usine en €/kg) sont donnés dans le tableau suivant.

	S1	S2	S3	S4
U1	13	11	18	7
U2	2	14	10	1
U3	5	8	18	11

▷ Formuler un programme linéaire pour aider l'entreprise à minimiser le coût pour la fabrication de son pesticide.

Question 5. L'objectif du jeu Takuzu est de remplir une grille carrée de taille paire avec des 0 et des 1 en respectant les conditions suivantes :

1. chaque ligne et colonne doit contenir autant de 0 que de 1 ;
2. des lignes ou des colonnes identiques sont interdites ;
3. il ne doit pas y avoir plus de deux 0 ou 1 placés l'un à côté ou en dessous de l'autre.

	1		0
		0	
	0		
1	1		

La grille est partiellement pré-remplie par des 0 et des 1 qui ne doivent pas être modifiés (*la configuration initiale*). Modéliser ce jeu par une formule SAT sur la grille 4×4 avec la configuration initiale indiquée ci-dessus.

Fin du sujet