▶ **Exercice 1** ◀ On considère le programme linéaire suivant :

$$\begin{array}{lrl} \max & 2x_1 + x_2 & \\ \text{tq} & x_1 + 3x_2 & \leq 21 \\ & -x_1 + 3x_2 & \leq 18 \\ & x_1 - x_2 & \leq 5 \\ & x_1, x_2 & \geq 0 \end{array}$$

(a) Donner une forme équationnelle en introduisant des variables d'écart.

(b) Justifier le fait que les variables d'écart induisent une solution basique admissible.

(c) Appliquer l'algorithme du simplexe, en utilisant la variable de plus grand coefficient comme pivot en cas de choix.

(d) Donner la séquence des bases visitées par l'algorithme du simplexe et la valeur de la fonction objectif en chacune de ces bases.

▶ **Exercice 2** ◀ On considère le programme linéaire suivant :

$$\begin{array}{lrl} \max & x_1 + x_2 + x_3 & \\ \text{tq} & 2x_1 + x_2 - x_3 & = 3 \\ & -x_1 - x_2 + 3x_3 & = 1 \\ & x_1, x_2, x_3 & \geq 0 \end{array}$$

(a) Formuler le programme auxiliaire associé. A quoi sert-il ?

(b) Appliquer l'algorithme du simplexe au programme auxiliaire.

(c) Utiliser l'information obtenue à partir du programme auxiliaire pour résoudre le programme initial à l'aide de l'algorithme du simplexe.

▶ **Exercice 3** ◀ Reprendre les questions de l'exercice 2 pour le programme suivant :

$$\begin{array}{lrl} \max & x_1 + x_2 + 2x_3 & \\ \text{tq} & x_1 + x_2 + x_3 & = -1 \\ & -x_1 + 2x_2 - x_3 & = 1 \\ & x_1, x_2, x_3 & \geq 0 \end{array}$$

► **Exercice 4** ◄ Un restaurateur dispose de 880 oursins et de 720 huîtres. Il propose à sa clientèle deux types d'assiette : assiette à 20 euros (4 oursins, 1 huître) ou assiette à 15 euros (2 oursins, 3 huîtres).

Proposer un programme linéaire déterminant la recette maximum envisageable par ce restaurateur. Formuler le programme dual et proposer une interprétation de ses variables, de ses contraintes et de sa fonction objectif.

► **Exercice 5** ◄ Résoudre par l'algorithme du simplexe (règle de pivot au choix) les programmes linéaires suivants. Si possible, utilisez les variables d'écart comme une solution basique admissible initiale.

$$
\text{(a)} \quad \begin{array}{lrl} \max & x_1 + 2x_2 & \\ \text{tq} & -x_1 + x_2 & \leq 1 \\ & x_1 - 2x_2 & \leq 4 \\ & x_1, x_2 & \geq 0 \end{array}
\qquad\qquad
\text{(b)} \quad \begin{array}{lrl} \max & x_1 + x_2 & \\ \text{tq} & -x_1 + x_2 & \geq 1 \\ & x_1 - 2x_2 & \geq 3 \\ & x_1, x_2 & \geq 0 \end{array}
$$