

LP

► **Exercice 1** ◀ Un brasseur de bière artisanale dispose de 350 kg de *malt*, 0,75 kg de *houblon* et 0,60 kg de *levure*. À partir de ces ingrédients, il peut produire deux types de bière : une bière *blonde* et une bière *brune*. La production d'un baril de bière de l'une ou l'autre sorte consomme les ressources suivantes :

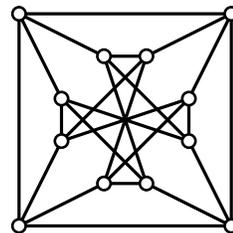
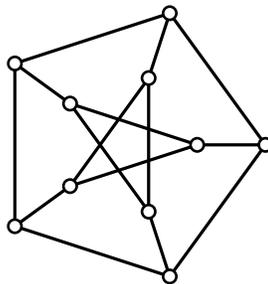
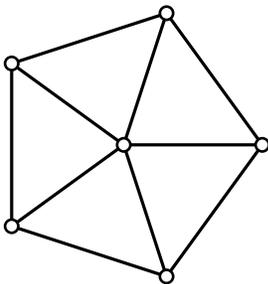
- Bière blonde : 10 kg de malt, 30 g de houblon et 10 g de levure.
- Bière brune : 10 kg de malt, 10 g de houblon et 20 g de levure.

Un baril de bière blonde se vend 150 euros et un baril de bière brune se vend 100 euros. Le marché est suffisant pour absorber toute quantité que l'on peut produire de l'une ou l'autre bière. Le brasseur voudrait répartir sa production entre ces deux sortes de bière afin de maximiser le bénéfice tiré de la vente.

- Proposer un programme linéaire qui modélise ce problème. Expliciter : les variables et leur signification (" $x = 42$ " veut dire quoi ?), la fonction objectif et le type d'optimisation (min ou max) et les inégalités qui expriment les solutions admissibles.
- Tracer le graphe du problème et trouver l'optimum du programme.
- Le prix de vente d'un baril de bière brune augmente à 200 euros. Trouver à nouveau l'optimum.

Graphes

► **Exercice 2** ◀ Colorier avec un nombre minimal de couleurs les graphes suivants. On s'efforcera de justifier la minimalité.



► **Exercice 3** ◀ Proposer une manière de formuler la résolution d’une grille de **Sudoku** comme un problème de coloration de graphe. On pourra commencer par une grille de taille 4×4 .

- ▷ Combien de sommets et d’arêtes contient le graphe ?
- ▷ Combien de sommets et d’arêtes contient le graphe pour une grille classique de taille 9×9 ?

	4		2
2		3	
	3		1
		4	3

SAT

► **Exercice 4** ◀ Étant donné 3 variables propositionnelles x, y, z , écrire des formules en forme normale conjonctive (CNF) qui expriment :

- (a) “si x est vraie, alors y est fausse” ;
- (b) “au moins une entre x, y et z est vraie” ;
- (c) “au plus une entre x et y est vraie” ;
- (d) “au plus une entre x, y et z est vraie”.

► **Exercice 5** ◀ On cherche à deviner la position d’un certain nombre de bateaux (tous de longueur 1) sur une grille de bataille navale à 2 lignes et 3 colonnes. On dispose des informations suivantes :

1. Il y a au moins un bateau sur la ligne 1.
2. Il y a au moins un bateau sur la ligne 2.
3. Il n’y a pas deux bateaux sur une même colonne.
4. Il n’y a pas de bateau en ligne 2, colonne 1.
5. S’il y a un ou plusieurs bateaux sur la ligne 1, alors il n’y en a pas en ligne 2, colonne 3.

Formuler ce problème comme une instance de SAT :

- (a) Introduire des variables propositionnelles pour modéliser la grille.
- (b) Pour chacune des informations, chercher une formule qui la décrit et la transformer en une formule en CNF.
- (c) Où sont les bateaux ? Combien de solutions différentes y a-t-il ?