

► **Exercice 1** ◀ On considère le programme linéaire suivant :

$$\begin{array}{ll}\max & 2x_1 + x_2 \\ \text{tq} & x_1 + 3x_2 \leq 21 \\ & -x_1 + 3x_2 \leq 18 \\ & x_1 - x_2 \leq 5 \\ & x_1, x_2 \geq 0\end{array}$$

- (a) Donner une forme équationnelle en introduisant des variables d'écart.
- (b) Justifier le fait que les variables d'écart induisent une solution de base admissible.
- (c) Appliquer l'algorithme du simplexe, en utilisant le critère de Dantzig.
- (d) Pour chaque itération de l'algorithme, donner le tableau, la solution de base admissible, l'objectif, la variable qui entre, la variable qui sort et la nouvelle base.

► **Exercice 2** ◀ On considère le programme linéaire suivant :

$$\begin{array}{ll}\max & x_1 + x_2 + x_3 \\ \text{tq} & 2x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ & -x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0\end{array}$$

- (a) Formuler le programme auxiliaire associé. A quoi sert-il ?
- (b) Appliquer l'algorithme du simplexe au programme auxiliaire.
- (c) Utiliser l'information obtenue à partir du programme auxiliaire pour résoudre le programme initial à l'aide de l'algorithme du simplexe.

► **Exercice 3** ◀ Reprendre les questions de l'exercice 2 pour le programme suivant :

$$\begin{array}{ll}\max & x_1 + x_2 + 2x_3 \\ \text{tq} & x_1 + x_2 + x_3 = -1 \\ & -x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0\end{array}$$

► **Exercice 4** ◄ Un restaurateur dispose de 880 oursins et de 720 huîtres. Il propose à sa clientèle deux types d'assiette : assiette à 20 euros (4 oursins, 1 huître) ou assiette à 15 euros (2 oursins, 3 huîtres).

Proposer un programme linéaire déterminant la recette maximum envisageable par ce restaurateur. Formuler le programme dual et proposer une interprétation de ses variables, de ses contraintes et de sa fonction objectif.

► **Exercice 5** ◄ Résoudre par l'algorithme du simplexe (critère de pivot au choix) les programmes linéaires suivants. Si possible, utilisez les variables d'écart comme une base initiale.

$$\begin{array}{ll}
 \max & x_1 + 2x_2 \\
 \text{(a)} \quad \text{tq} & -x_1 + x_2 \leq 1 \\
 & x_1 - 2x_2 \leq 4 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{ll}
 \max & x_1 + x_2 \\
 \text{(b)} \quad \text{tq} & -x_1 + x_2 \geq 1 \\
 & x_1 - 2x_2 \geq 3 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
 \end{array}$$