Travaux Dirigés Automates n°3

▸ **Exercice 1.** *Ecrire des expressions rationnelles correspondant aux descriptions suivantes sur $A = \{a, b\}$, en utilisant uniquement l'union, le produit et l'étoile :*

- *Tous les mots sauf le mot vide.*
- *Il n'y a jamais deux b consécutifs.*
- *Le nombre de a est multiple de 3.*
- *Le nombre de b consécutifs est toujours pair.*

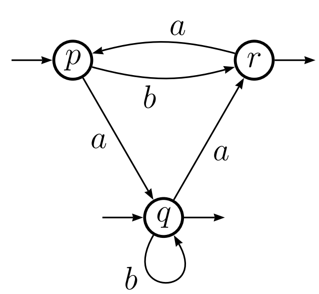
▸ **Exercice 2.** *Étant donné un entier $n \geq 1$ construire un automate non-déterministe sur l'alphabet $A = \{a, b\}$ avec $n+1$ états reconnaissant les mots de longueur $\geq n$ tels que la n-ième lettre en partant de la fin soit un a (A^*aA^{n-1}).*

On suppose avoir determinisé l'automate et obtenu un automate $\mathcal{A} = (A, Q, \delta, i, F)$. On veut montrer qu'il possède au moins 2^n états. Pour tout mot u, on note $\delta^*(i, u)$ l'état où on arrive en lisant le mot u.

Soient u et v deux mots distincts de longueur n. Montrez que $\delta^*(i, u) \neq \delta^*(i, v)$ (indication : trouver un mot w tel que uw soit reconnu et pas vw, ou le contraire).

Combien il y a-t-il de mots de longueur n sur l'alphabet $A = \{a, b\}$? Conclure.

▸ **Exercice 3.** *Construire l'automate qui reconnaît le complementaire de*



▸ **Exercice 4.** *Montrer qu'un automate fini sans circuit à n états ne reconnaît que des mots comportant moins de n lettres.*

On suppose que le langage $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ est reconnaissable par automate avec k états. Montrer qu'il existe un chemin réussi qui contient un circuit uniquement étiqueté par des a. En déduire que le langage L n'est reconnaissable par aucun automate.

Montrer que le langage L' des mots qui ont autant de a que de b n'est pas reconnaissable. (indication : utiliser le langage L précédent)