Travaux Pratiques de langage C n°3

Cours d'Informatique de l'École Centrale d'Électronique

—Ingénieur Première Année—

Ce TP porte tout d'abord sur la reconnaissance des types de base puis sur deux méthodes pour calculer de manière approchée la valeur d'une racine d'une fonction :

- méthode de dichotomie ;
- méthode de Descartes.

▸ **Exercice 1. (reconnaissance des types simples)** *On se propose dans cet exercice de créer plusieurs fonctions d'analyse. Écrire les fonctions* `isnum`, `isupper`, `islower`, `isalpha`, `isalphanum` *et* `issep` *qui testent respectivement si un caractère est un chiffre, une majuscule, une minuscule, une lettre, un caractère alphanumérique, un séparateur (espace, tabulation, retour chariot).*

▸ **Exercice 2. (analyse lexicale)** *Au moyen de la fonction* `getchar()`, *déduire de l'exercice précédent une fonction* `lexicale()` *qui lit une ligne de caractères sur l'entrée standard (au clavier) et qui, pour chaque mot, dit si ce mot est un entier, un identificateur ou autre chose. On rappelle qu'un identificateur est un mot qui commence nécessairement par une lettre et qui contient éventuellement ensuite des chiffres ou des lettres. On supposera que seuls des caractères alphanumériques et des séparateurs peuvent apparaître sur la ligne lue. On terminera la lecture à la rencontre du caractère '*`.`*' en début de ligne.*

1 Calcul de la racine d'une fonction

On considère une fonction f continue, deux fois dérivable sur un intervalle $[a, b]$ avec $(a < b)$ telle que $f^{'}$ ne s'annule pas sur $[a, b]$ et $f(a)f(b) < 0$. Pour simplifier le problème, on suppose aussi $f''(x) \geq 0$ sur l'intervalle $[a, b]$.

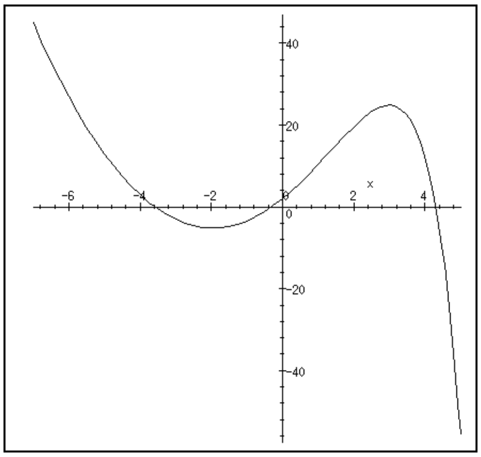
▸ **Exercice 3. (calcul de la valeur d'une fonction)** *Donner la fonction* `Value`, *prenant en argument un réel* x_0, *et retournant la valeur réelle* $f(x_0) = 2x_0^2 + 8x_0 - e^{x_0} + 3$.

▸ **Exercice 4. (conditions)** *Vérifier que la fonction* f *satisfait les conditions préliminaires sur les intervalles* $[-4, -\frac{5}{2}]$ *et* $[-\frac{3}{2}, 0]$.

▸ **Exercice 5. (méthode de dichotomie)** *Cette méthode est la plus naturelle. L'idée est de réduire à chaque étape l'intervalle de recherche. La recherche commence sur l'intervalle* $[a, b]$. *Soit* c *le milieu de l'intervalle* $[a, b]$ *:*

- *si $f(c) > 0$, on continue sur l'intervalle $[a, c]$ si $f(a) < 0$ et $[c, b]$ sinon ;*
- *si $f(c) < 0$, on continue sur l'intervalle $[c, b]$ si $f(a) < 0$ et $[a, c]$ sinon.*

1. *Écrire une fonction* `Dicho` *prenant en argument deux réels a et b, un entier p et implémentant la méthode de recherche par dichotomie. La recherche s'effectue sur l'intervalle $[a, b]$ et s'arrête lorsque $|a - b| < 10^{-p}$.*
2. *soit $f(x) = 2x^2 + 8x - e^x + 3$. Trouver une approximation à 10^{-5} près des deux racines r_1 et r_2 de f telles que $-4 \leq r_1 \leq -\frac{5}{2}$ et $-\frac{3}{2} \leq r_2 \leq 0$:*



▸ **Exercice 6. (méthode de Descartes)** *Soit Γ la courbe représentative de f. On définit les points A et B de coordonnées respectives $(a, f(a))$ et $(b, f(b))$ et C le point de la corde AB d'ordonnée nulle (intersection de la droite (AB) et de l'axe des abcisses). C de coordonnées $(x_1, 0)$.*

Pour une fonction f ayant les propriétés données dans les préliminaires, on peut montrer que la recherche de la racine peut se réduire à l'intervalle $[x_1, b]$ si $f(a) < 0$ et $[a, x_1]$ sinon. Il suffit alors d'itérer le processus. On définit ainsi la suite (x_n) par : $x_0 = a$ et :

$$x_{n+1} = \frac{x_n f(b) - b f(x_n)}{f(b) - f(x_n)} \quad ,$$

qui converge vers la racine r telle que $a \leq r \leq b$.

1. *Écrire une fonction* `Descartes` *implémentant la méthode de Descartes.*
2. *faire l'application pour l'exemple de la fonction précédente.*

▸ **Exercice 7. (calcul flottant contre calcul exact)** *On considère la suite x_n définie par $x_0 = 2$, $x_1 = -4$ et si $n > 1$:*

$$x_n = 111 - \frac{1130}{x_{n-1}} + \frac{3000}{x_{n-1}x_{n-2}} \quad .$$

1. *Donner la fonction* `Calcul` *prenant un paramètre N retournant la valeur réelle de x_N.*
2. *on peut montrer que la suite converge. Donner la limite à l'infini de la suite (x_n).*